



DISCIPLINA: SINAIS E SISTEMAS

PROFESSOR: RENATO DOURADO MAIA

EXEMPLOS RESOLVIDOS – AULA 3: SINAIS E SISTEMAS – FUNDAMENTOS

Exemplo 1: Verifique se a soma dos três sinais periódicos apresentados a seguir resulta num sinal periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

$$x_1(t) = \cos(3.5t)$$

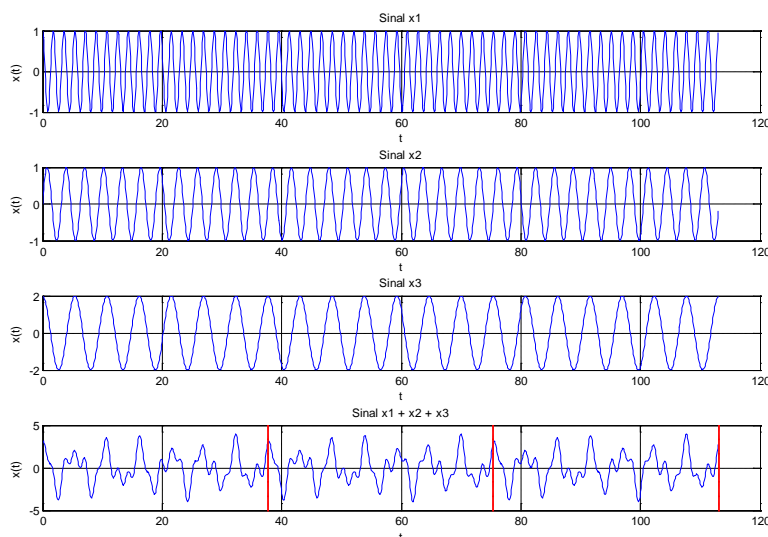
$$x_2(t) = \sin(2t)$$

$$x_3(t) = 2\cos\left(\frac{7t}{6}\right)$$

Solução:

Cálculo dos Períodos	Cálculo das Razões Entre os Períodos
$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{3.5}$	$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi/3.5}{2\pi/2} = \frac{2}{3.5} = \frac{4}{7}$ $\frac{T_1}{T_3} = \frac{2\pi/3.5}{2\pi/(7/6)} = \frac{7/6}{3.5} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$
$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{2}$	
$T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = \frac{2\pi}{7/6}$	

Como as razões entre os períodos são razões de números inteiros, o sinal resultante é periódico. O MMC entre os denominadores é 21; logo, o período fundamental é: $T = 21T_1 = 21 \frac{2\pi}{3.5} = 12\pi$.



Script: M_Exemplos_3_SinaisFundamentosEx1.m

Exemplo 2: Verifique se o sinal $x(t) = \cos^2(5t)$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Lembrando: $\cos(A + B) = \cos(A)\cos(B) - \sin(A)\sin(B)$

Solução 1:

$$\cos(10t) = \cos(5t + 5t) = \cos^2(5t) - \sin^2(5t) = 2\cos^2(5t) - 1 = 1 - 2\sin^2(5t)$$

$$\cos^2(5t) = \frac{\cos(10t) + 1}{2}$$

$$T = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

Solução 2:

$$x(t) = x(t + T)$$

$$\cos^2(5t) = \cos^2(5(t + T))$$

Lembrando: $\cos(A + B) = \cos(A)\cos(B) - \sin(A)\sin(B)$

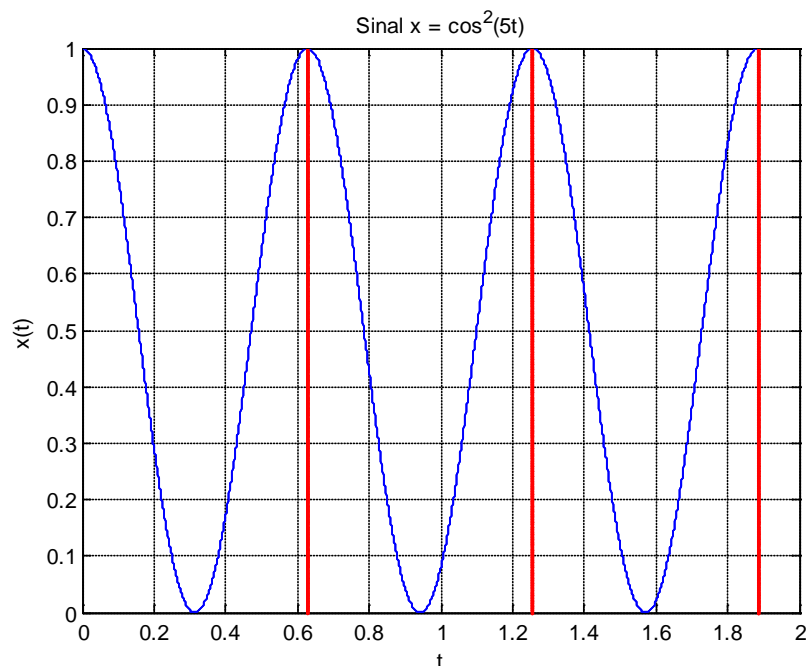
Assim: $\cos(5(t + T)) = \cos(5t + 5T) = \cos(5t)\cos(5T) - \sin(5t)\sin(5T)$

Elevando ao quadrado:

$$\cos^2(5(t + T)) = \cos^2(5t)\cos^2(5T) + \sin^2(5t)\sin^2(5T) - 2\cos(5t)\cos(5T)\sin(5t)\sin(5T)$$

Para que a igualdade se verifique, deve-se ter $\begin{cases} \cos^2(5T) = 1 \\ \sin^2(5T) = 0 \end{cases}$, o que ocorre para $5T = k\pi$. O

período fundamental é dado para $k = 1$: $T = \frac{\pi}{5}$.



Script: M_Exemplos_3_SinaisFundamentosEx2.m

Exemplo 3: Verifique se o sinal $x[n] = (-1)^n$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Solução 1:

Definição: $(-1)^n = (-1)^{n+N} = (-1)^n (-1)^N$

A relação será verdadeira para N par, e o menor valor diferente de zero é 2. Assim, o período fundamental é 2.

Solução 2:

Lembrando: $e^{j\pi} = -1$

Definição: $(e^{j\pi})^n = (e^{j\pi})^{n+N} = (e^{j\pi})^n (e^{j\pi})^N$

A relação será verdadeira para $(e^{j\pi})^N = 1$, o que ocorre para $\pi N = 2\pi k$. O período fundamental é dado para $k = 1$: $N = 2$.

Exemplo 4: Verifique se o sinal $x[n] = \cos(2n)$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Solução:

Definição: $\cos(2n) = \cos(2(n+N)) = \cos(2n)\cos(2N) - \sin(2n)\sin(2N)$

A relação será verdadeira para $\begin{cases} \cos(2N) = 1 \\ \sin(2N) = 0 \end{cases}$, o que ocorre para $2N = 2\pi k$. Entretanto, N deve ser inteiro, e o sinal não é periódico.

Exemplo 5: Verifique se o sinal $x[n] = \cos(2\pi n)$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Solução:

Definição: $\cos(2\pi n) = \cos(2\pi(n+N)) = \cos(2\pi n)\cos(2\pi N) - \sin(2\pi n)\sin(2\pi N)$

A relação será verdadeira para $\begin{cases} \cos(2\pi N) = 1 \\ \sin(2\pi N) = 0 \end{cases}$, o que ocorre para $2\pi N = 2\pi k$, $N = k$. Entretanto, N deve ser inteiro, e o sinal não é periódico. O período fundamental é dado para $k = 1$: $N = 1$.

Exemplo 6: Verifique se o sinal $x[n] = (-1)^{n^2}$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Solução 1:

Definição:

$$\begin{aligned}
(-1)^{n^2} &= (-1)^{(n+N)^2} \\
&= (-1)^{n^2+N^2+2Nn} \\
&= (-1)^{n^2} (-1)^{N^2} ((-1)^2)^{nN} \\
&= (-1)^{n^2} (-1)^{N^2}
\end{aligned}$$

A relação será verdadeira para N^2 par. O período fundamental é dado para $N = 2$.

Solução 2:

Lembrando: $e^{j\pi} = -1$

Definição:

$$\begin{aligned}
(e^{j\pi})^{n^2} &= (e^{j\pi})^{(n+N)^2} \\
&= (e^{j\pi})^{n^2+N^2+2nN} \\
&= (e^{j\pi})^{n^2} (e^{j\pi})^{N^2} (e^{j2\pi})^{nN} \\
&= (e^{j\pi})^{n^2} (e^{j\pi})^{N^2}
\end{aligned}$$

A relação será verdadeira para $\pi N^2 = 2k\pi$, o que ocorre para $N = \sqrt{2k}$. N deve ser inteiro, e o menor valor de k que leva a isso é 2. O período fundamental é dado para $k=2$: $N=2$.