Sinais e Sistemas

Sinais e Sistemas – Fundamentos

Renato Dourado Maia

Universidade Estadual de Montes Claros

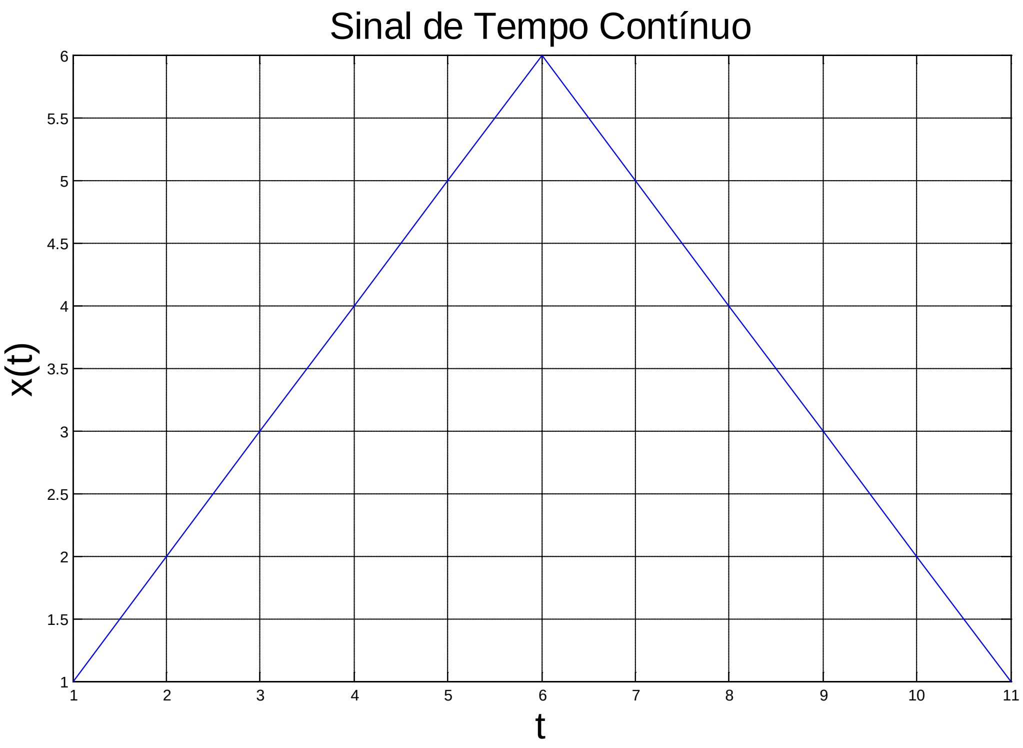
Engenharia de Sistemas

Classificação de Sinais

- Sinal de Tempo Contínuo:
  - É definido para todo tempo t, sendo t uma variável independente contínua – conjunto dos números reais.
  - Notação: parênteses – $x(t)$.

Classificação de Sinais

Exemplo de Sinal de Tempo Contínuo



Script: M_3_SinaisFundamentosProg1.m

Classificação de Sinais

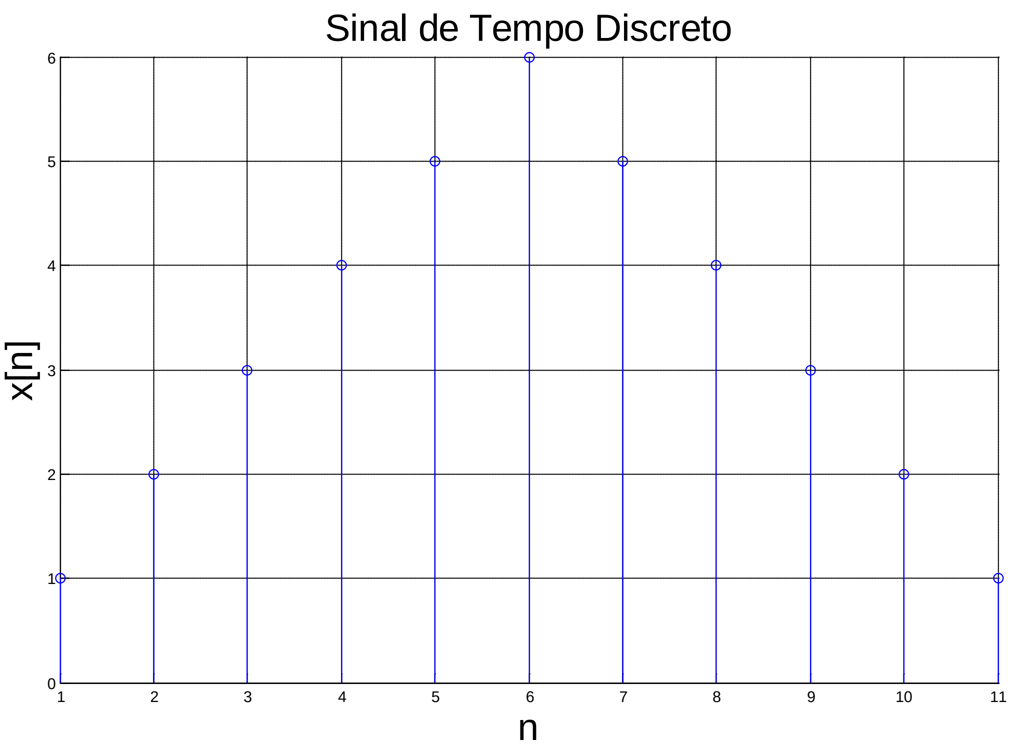
- Sinal de Tempo Discreto:
  - É definido somente em instantes isolados de tempo, sendo escrito normalmente como função de *n*, uma variável independente discreta – conjunto dos números inteiros.
  - Notação: colchetes – *x[n]*.
  - A amostragem de um sinal de tempo contínuo gera um sinal de tempo discreto:

$$x[n] = x(nT) \quad n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \ldots$$

$$T \text{ é o período de amostragem}$$

Classificação de Sinais

Exemplo de Sinal de Tempo Discreto



Script: M_3_SinaisFundamentosProg1.m

Classificação de Sinais

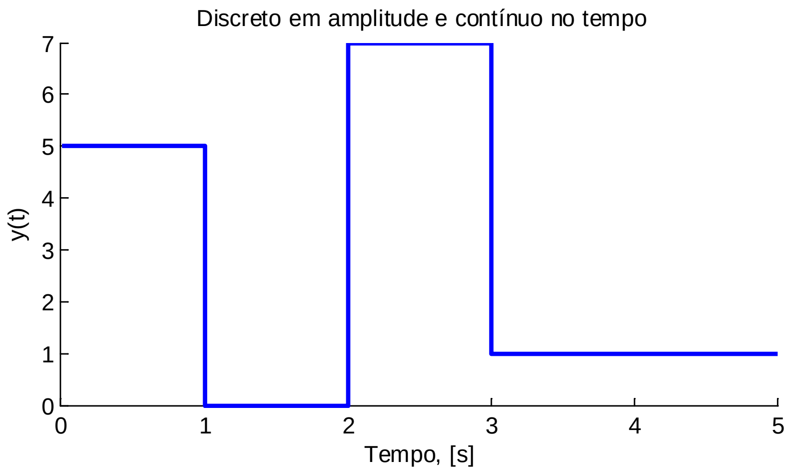
- Perguntas:
  - Dizer que um sinal é analógico é o mesmo que dizer que ele é de tempo contínuo?
  - Dizer que um sinal é digital é o mesmo que dizer que ele é de tempo discreto?

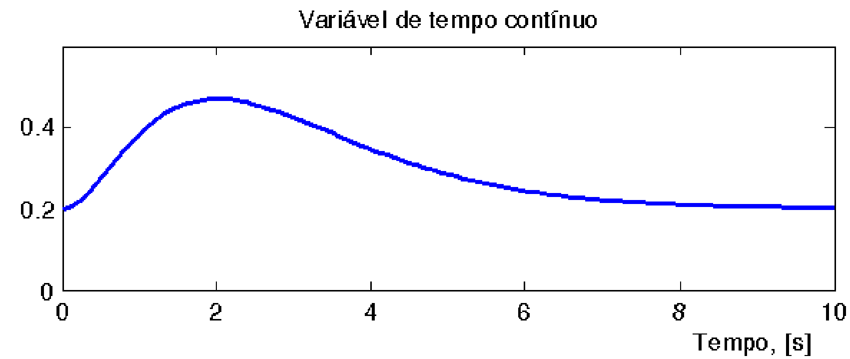
NÃO!

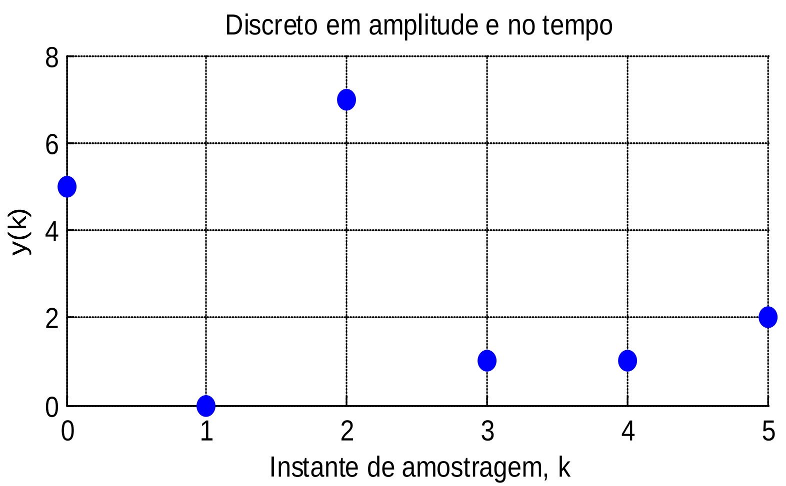
Classificação de Sinais

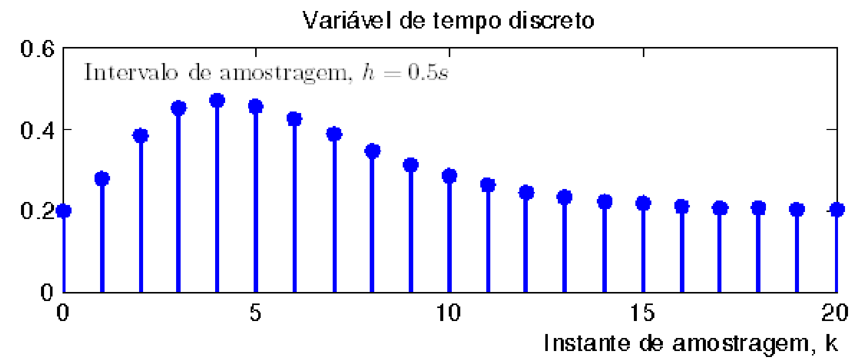
- Os conceitos de tempo contínuo e discreto são geralmente confundidos com os conceitos de a-nalógico e digital, respectivamente...
- Sinal analógico e sinal de tempo contínuo são coisas diferentes, bem como sinal digital e sinal de tempo discreto.
- Tempo contínuo e tempo discreto qualificam a natureza do sinal ao longo do tempo, enquanto discreto e digital qualificam a natureza da amplitude do sinal...

Classificação de Sinais









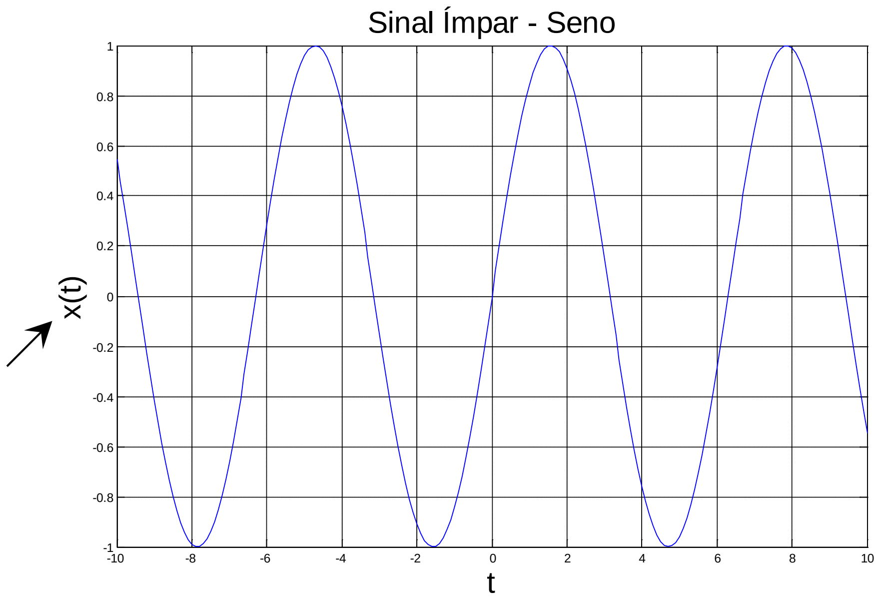
Classificação de Sinais

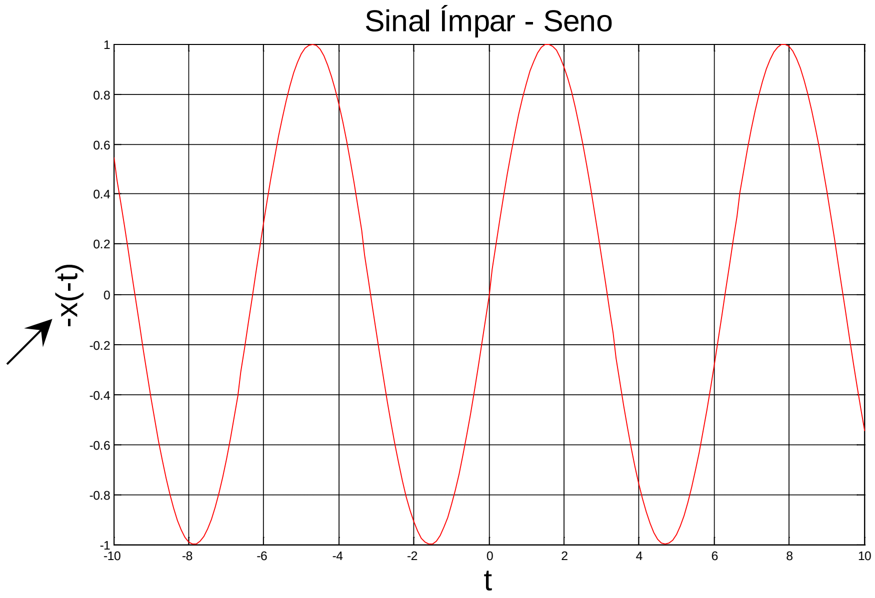
- Sinal Par:
  - Um sinal é par se, e somente se: $x(t) = x(-t)\ \forall t$
- Sinal Ímpar:
  - Um sinal é ímpar se, e somente se: $x(t) = -x(-t)\ \forall t$

O CASO DISCRETO É ANÁLOGO!!!

Classificação de Sinais

Exemplo de Sinal Ímpar – Seno



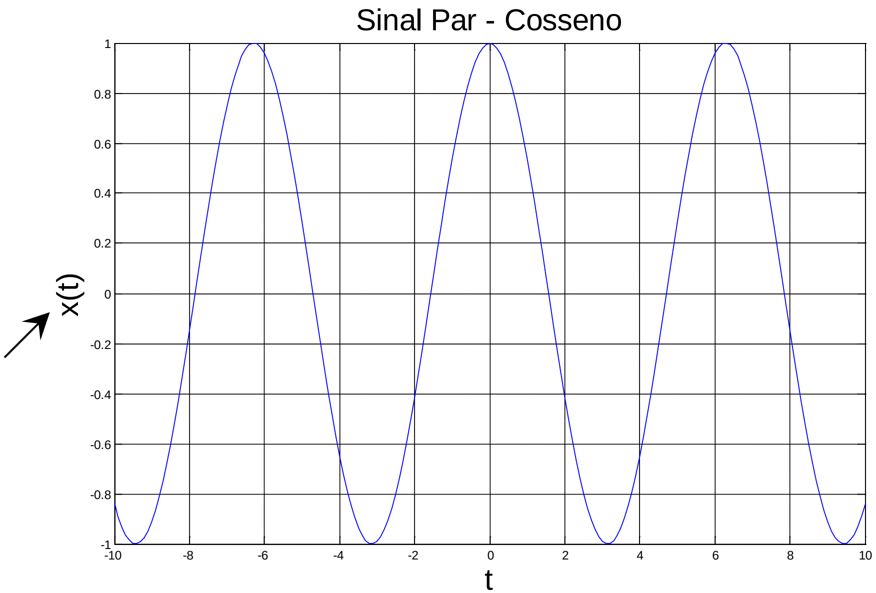


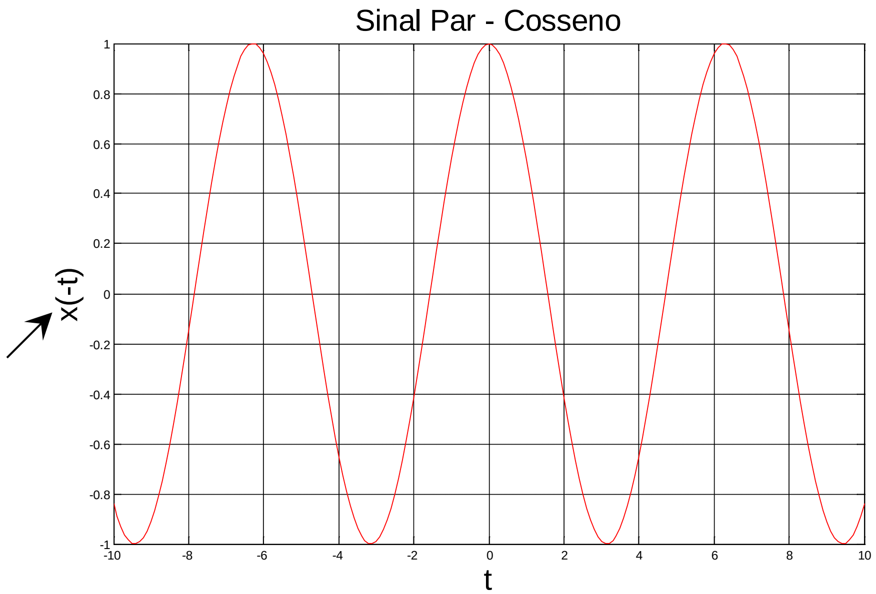
SIMETRIA EM RELAÇÃO AO EIXO DAS ORDENADAS – Y

Script: M_3_SinaisFundamentosProg2.m

Classificação de Sinais

Exemplo de Sinal Par – Cosseno





SIMETRIA EM RELAÇÃO AO EIXO DAS ORDENADAS – Y, E DAS ABCISSAS – X

Script: M_3_SinaisFundamentosProg2.m

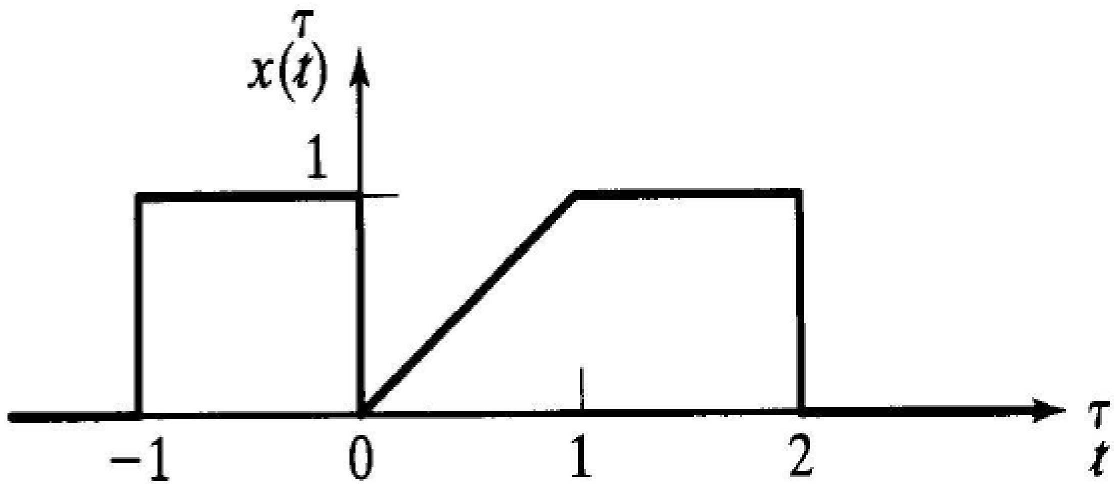
Decomposição de Sinais

- Todo sinal pode ser decomposto em uma soma de parte par e parte ímpar:
  - Parte par: $\frac{1}{2}[x(t)+x(-t)]$
  - Parte ímpar: $\frac{1}{2}[x(t)-x(-t)]$

O CASO DISCRETO É ANÁLOGO!!!

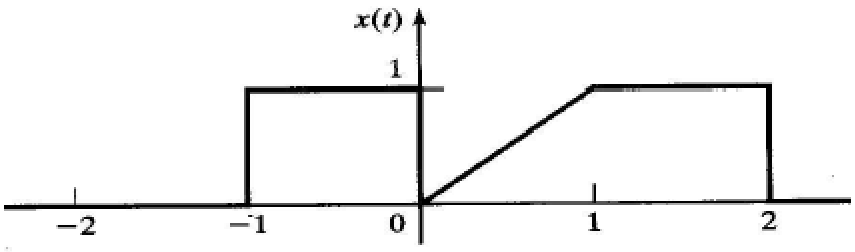
Decomposição de Sinais

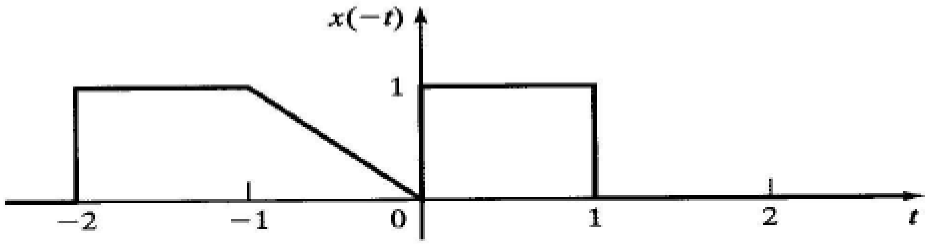
- Exemplo: decompor o sinal apresentado a seguir em suas partes par e ímpar:



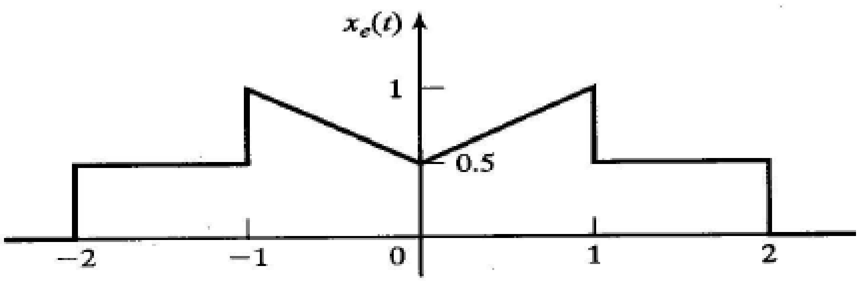
Decomposição de Sinais

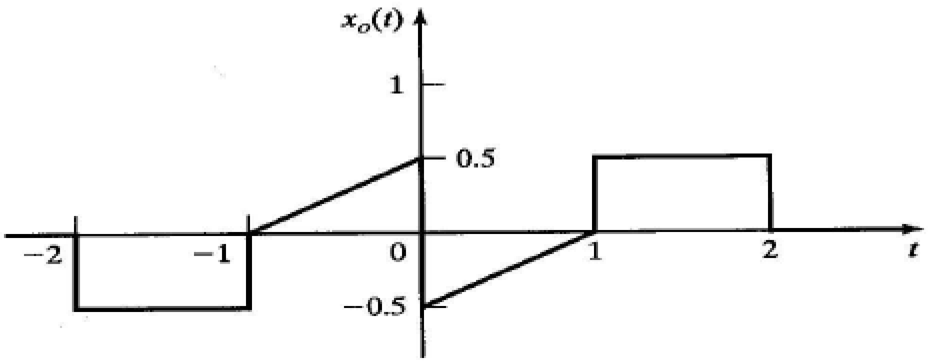
Exemplo – Solução





$$Parte\ Par = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)] \qquad Parte\ Ímpar = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$





Classificação de Sinais

- Sinal Periódico:
  - Um sinal é periódico se existe uma constante positiva *T* ou *N*, tal que:

$$x(t) = x(t+T),\ \forall t \qquad\qquad x[n] = x[n+N],\ \forall n$$

O MENOR VALOR PARA *T* OU *N* QUE SATISFAÇA ÀS EQUAÇÕES É CHAMADO DE PERÍODO FUNDAMENTAL – T_0 OU N_0 .

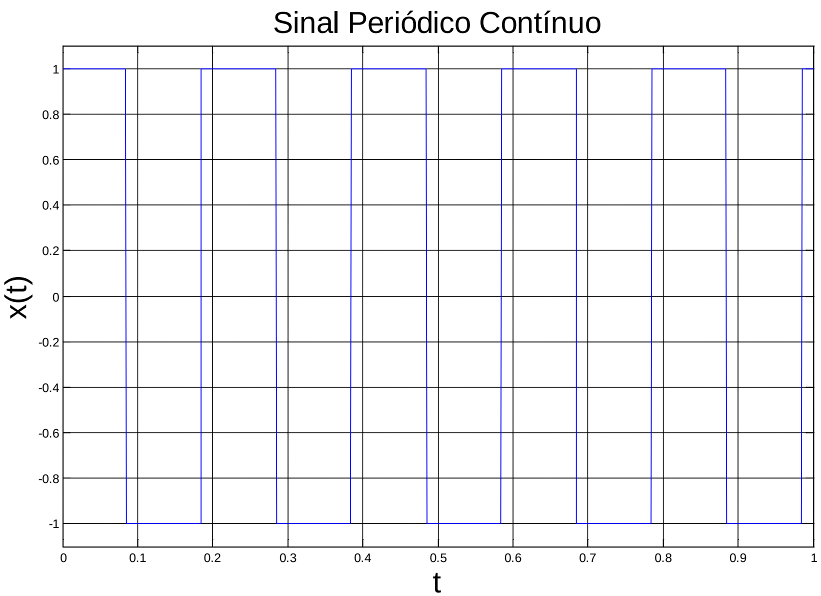
$$f = \frac{1}{T_0} \text{ é a frequência fundamental de } x(t) \text{ em hertz}$$

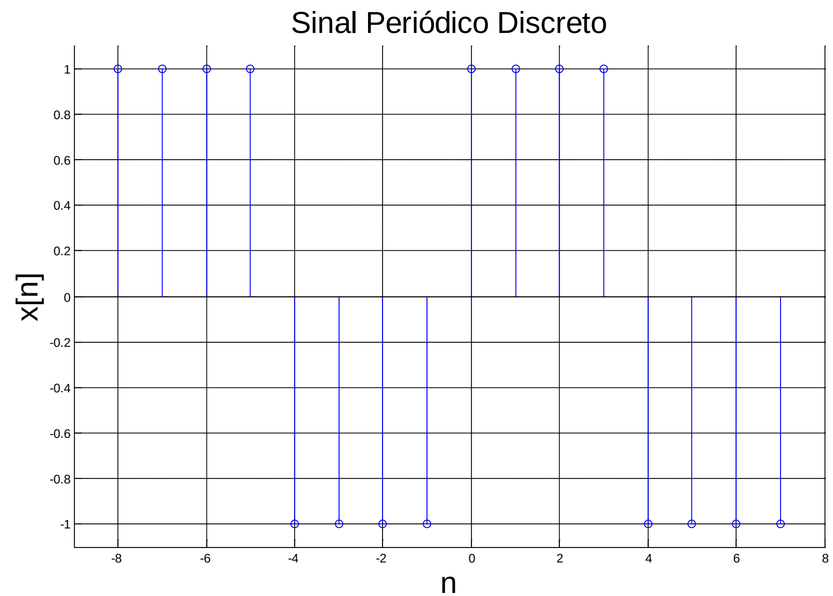
$$\omega = \frac{2\pi}{T_0} \text{ é a frequência fundamental de } x(t) \text{ em radianos por segundo}$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{N_0} \text{ é a frequência fundamental de } x[n] \text{ em radianos}$$

Classificação de Sinais

Exemplos de Sinais Periódicos





Script: M_3_SinaisFundamentosProg3.m

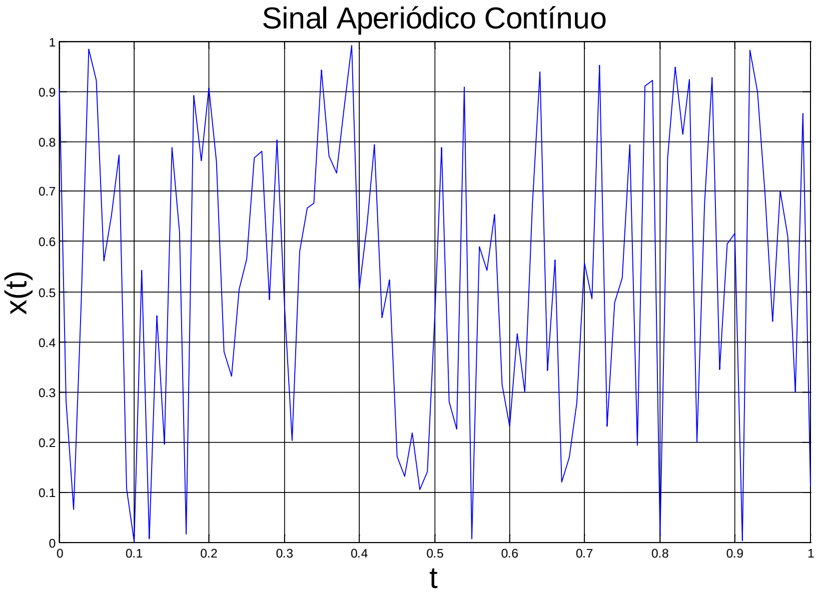
Classificação de Sinais

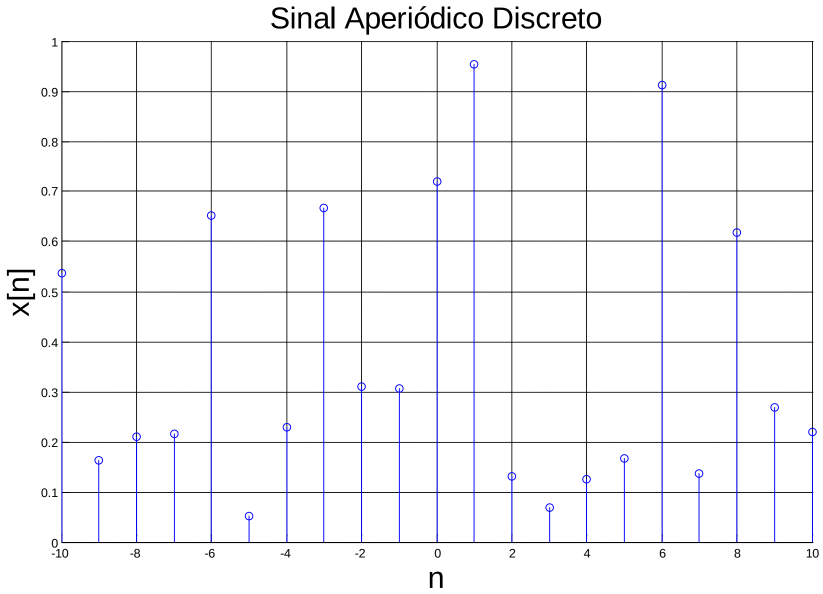
- Sinal Aperiódico:
  - Um sinal é aperiódico se não existe uma constante positiva *T* ou *N*, tal que:

$$x(t) = x(t+T),\ \forall t \qquad\qquad x[n] = x[n+N],\ \forall n$$

Classificação de Sinais

Exemplos de Sinais Aperiódicos





Script: M_3_SinaisFundamentosProg3.m

Classificação de Sinais

- Sinal Determinístico:
  - Não há nenhuma incerteza com relação ao seu valor em qualquer tempo. Um sinal determinístico pode ser modelado como uma função do tempo completamente especificada.
  - Um exemplo é um sinal senoidal.
- Sinal Aleatório:
  - Há incerteza antes de sua ocorrência real.
  - Um exemplo é um eletrocardiograma.

Potência e Energia de Sinais

- Potência instantânea:

$$P = |x(t)|^2 \qquad P = |x[n]|^2$$

- Energia (intervalo de tempo finito):

$$E = \int_{t_0}^{t_1} |x(t)|^2 dt \qquad E = \sum_{n=n_0}^{n_1} |x[n]|^2$$

- Potência média (intervalo de tempo finito):

$$P = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} |x(t)|^2 dt \qquad P = \frac{1}{n_1 - n_0} \sum_{n=n_0}^{n_1} |x[n]|^2$$

Potência e Energia de Sinais

- Exemplo: calcular a energia do sinal apresentado a seguir:

$$x(t)=\begin{cases} t, & 0 \le t \le 1 \\ 2-t, & 1 \le t \le 2 \\ 0, & caso\ contrário \end{cases}$$

Potência e Energia de Sinais

Exemplo – Solução

$$E = \int_0^1 t^2 dt + \int_1^2 (t-2)^2 dt = \left.\frac{t^2}{3}\right|_0^1 - \left.\frac{1}{3}(2-t^3)\right|_1^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Potência e Energia de Sinais

- Energia Total (ou simplesmente Energia):

$$E_\infty \triangleq \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \qquad E_\infty \triangleq \lim_{N\to\infty} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2$$

- Potência média sobre um intervalo de tempo infinito (ou simplesmente Potência):

$$P_\infty \triangleq \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt \qquad P_\infty \triangleq \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2$$

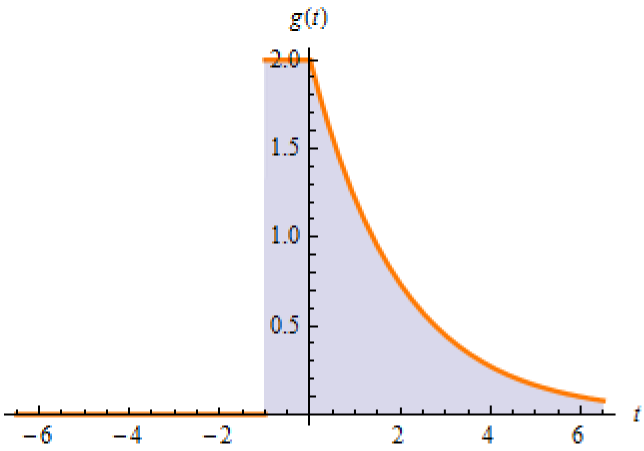
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Potência e Energia de Sinais

signal energy = 8 | signal power = 0

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \\ 2 & -1 < t < 0 \\ 2\,e^{-t/2} & t > 0 \end{cases}$$



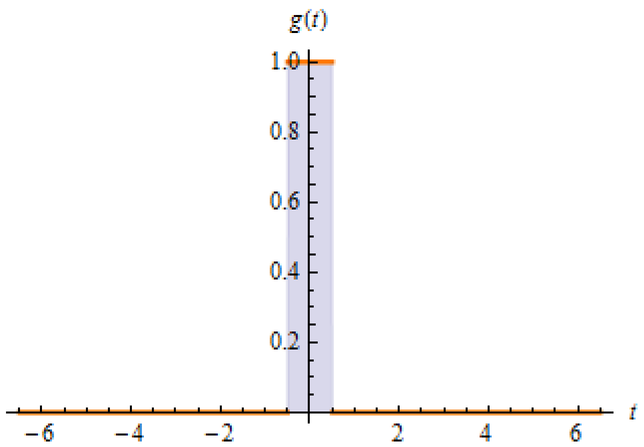
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Potência e Energia de Sinais

signal energy = 1. | signal power = 0

$$g(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{1}{2} \\ 0. & |t| > \frac{1}{2} \end{cases}$$



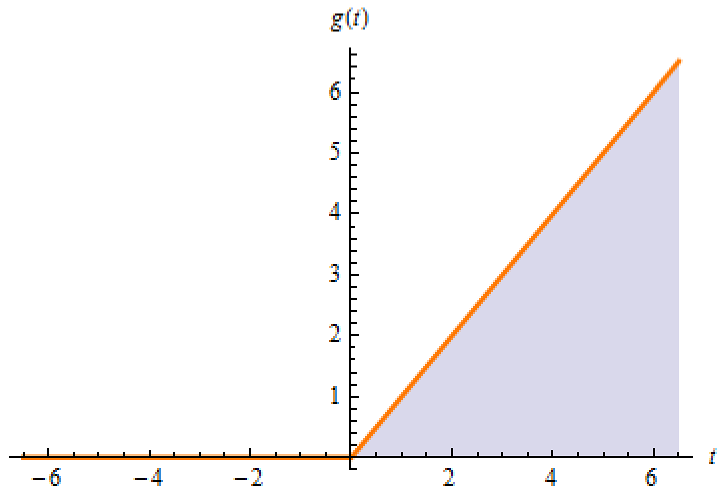
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Potência e Energia de Sinais

signal energy = ∞ | signal power = ∞

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases}$$



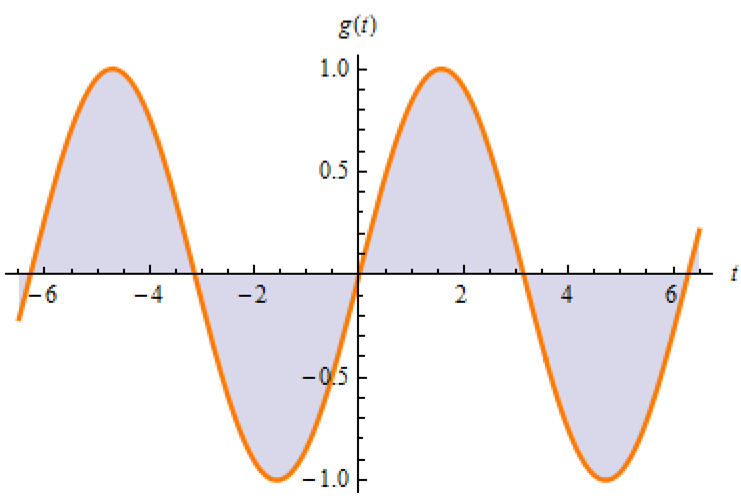
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Potência e Energia de Sinais

signal energy = ∞ | signal power = $\frac{1}{2}$

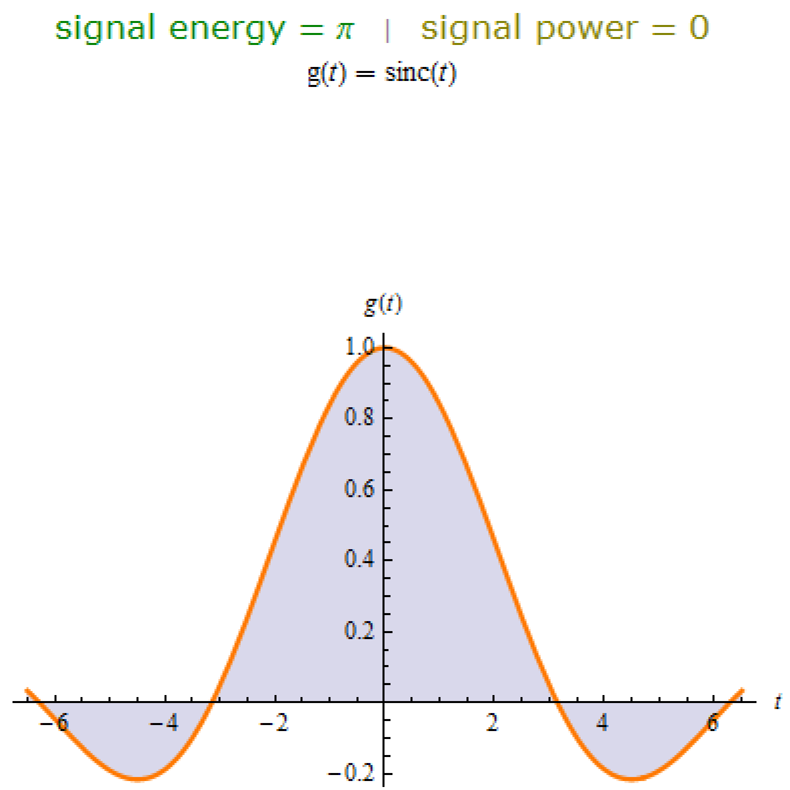
$g(t) = \sin(t)$



"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Potência e Energia de Sinais



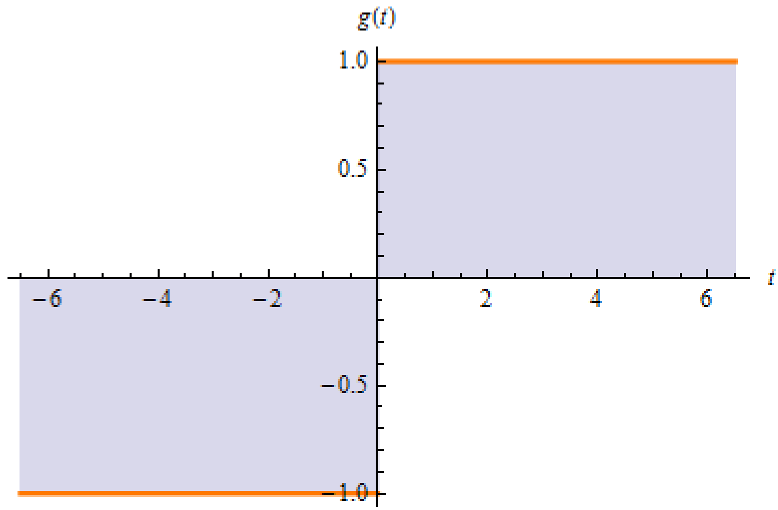
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Potência e Energia de Sinais

signal energy = ∞ | signal power = 1

$g(t) = \text{sgn}(t)$



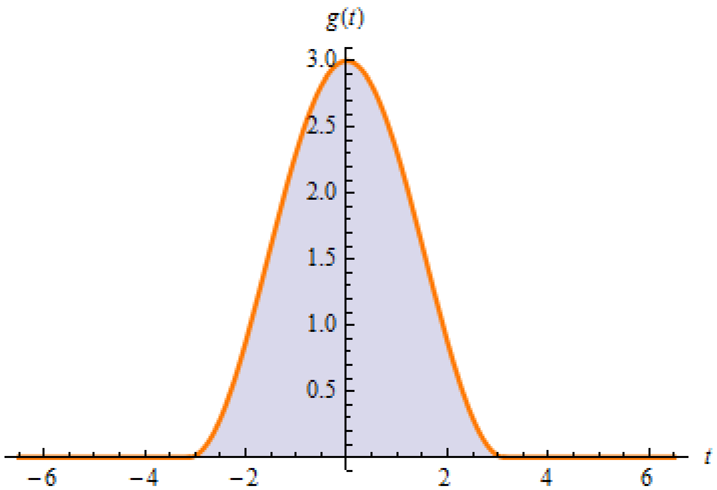
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Potência e Energia de Sinais

signal energy = 21.2058 | signal power = 0

$$g(t) = \begin{cases} 1.5\,(\cos(t)+1) & |t| < \pi \\ 0. & |t| \geq \pi \end{cases}$$



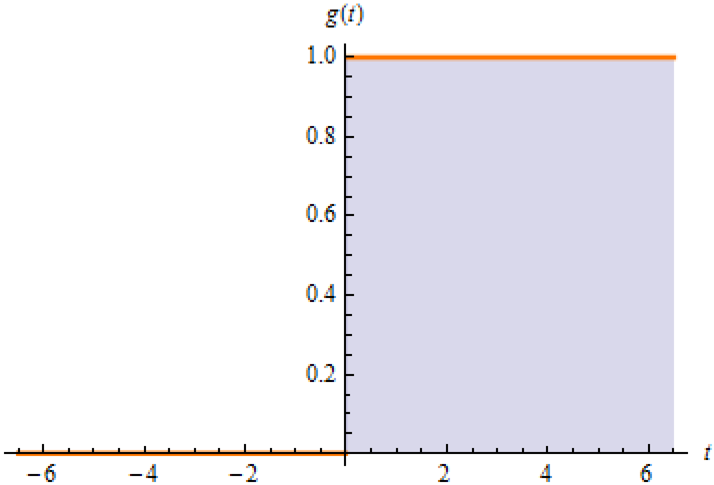
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Potência e Energia de Sinais

signal energy = ∞ | signal power = 0.5

$$g(t) = \begin{cases} 0. & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



“Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/

Operações Básicas em Sinais

- Deslocamento no Tempo: $x(t-t_0)$ e $x[n-n_0]$

$$Se\ t_0,\ n_0 > 0,\ deslocamento\ para\ a\ direita,\ isto\ é,\ é\ atraso.$$

$$Se\ t_0,\ n_0 < 0,\ deslocamento\ para\ a\ esquerda,\ isto\ é,\ é\ adiantamento.$$

- Reflexão Temporal: $x(-t)$ e $x[-n]$
  - Um sinal par é igual à sua versão refletida.
  - Um sinal ímpar é igual ao negativo de sua versão refleti-da.

Operações Básicas em Sinais

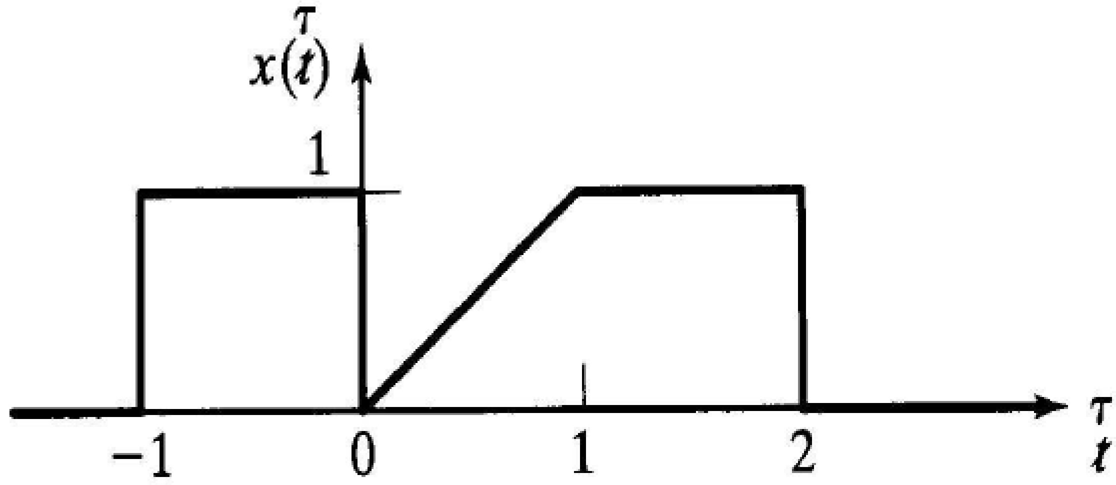
- Mudança de Escala de Tempo: $x(\alpha t)$ e $x[kn]$

$Se\ \alpha > 1,\ ocorre\ \ compressão.\ Se\ 0 < \alpha < 1,\ ocorre\ \ dilatação.$

$k\ é\ um\ inteiro\ > \ 0.\ Se\ k\ > \ 1,\ alguns\ valores\ de\ x[n]\ são\ perdidos.$

Operações Básicas em Sinais

- Exemplo: considerando o sinal apresentado a seguir, esboçar o sinal $y(t) = x(1-t/2)$.



Operações Básicas em Sinais

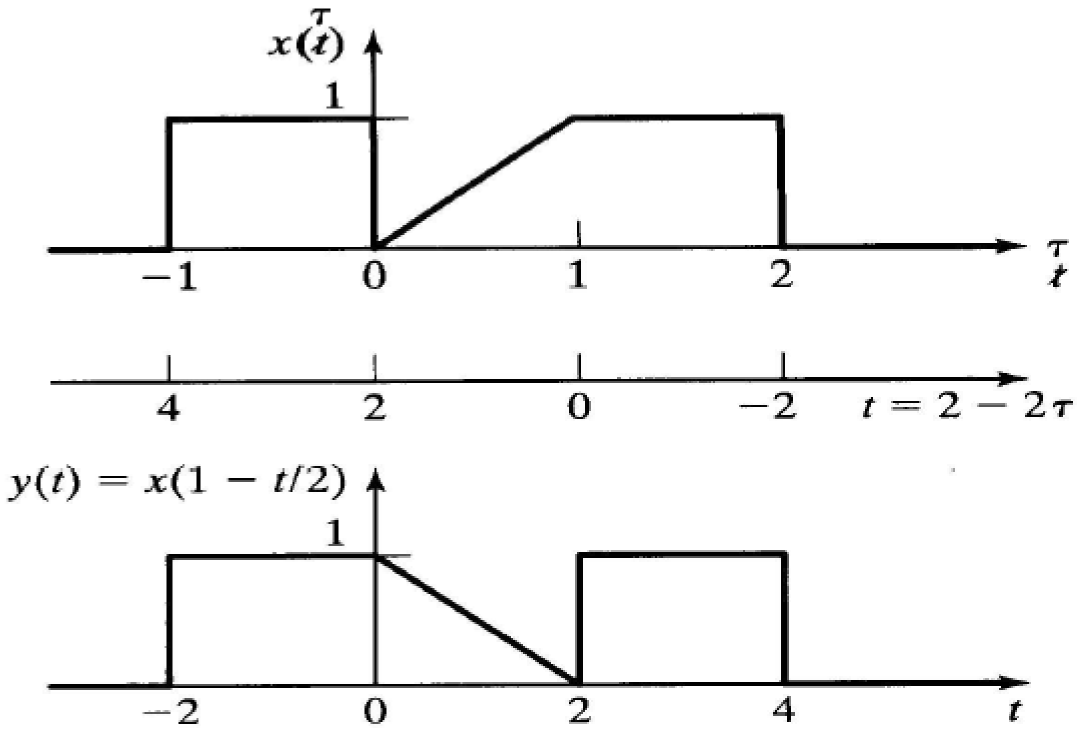
Exemplo – Solução

A PRIMEIRA OPERAÇÃO A SER REALIZADA
É O DESLOCAMENTO!!!

- Seja a seguinte transformação geral: $y(t) = x(at + b)$
  - Para determinar o sinal $y(t)$:
    - Trocar t por τ.
    - Considerando $\tau = at + b$, determinar t, ou seja: $t = \frac{\tau}{a} - \frac{b}{a}$
    - Esboçar o eixo t transformado abaixo do eixo τ.
    - Esboçar $y(t)$.

Operações Básicas em Sinais

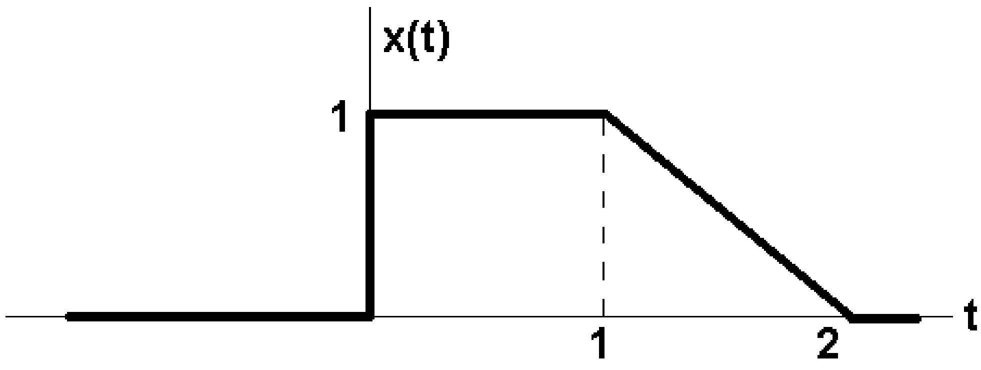
Exemplo – Solução



Operações Básicas em Sinais

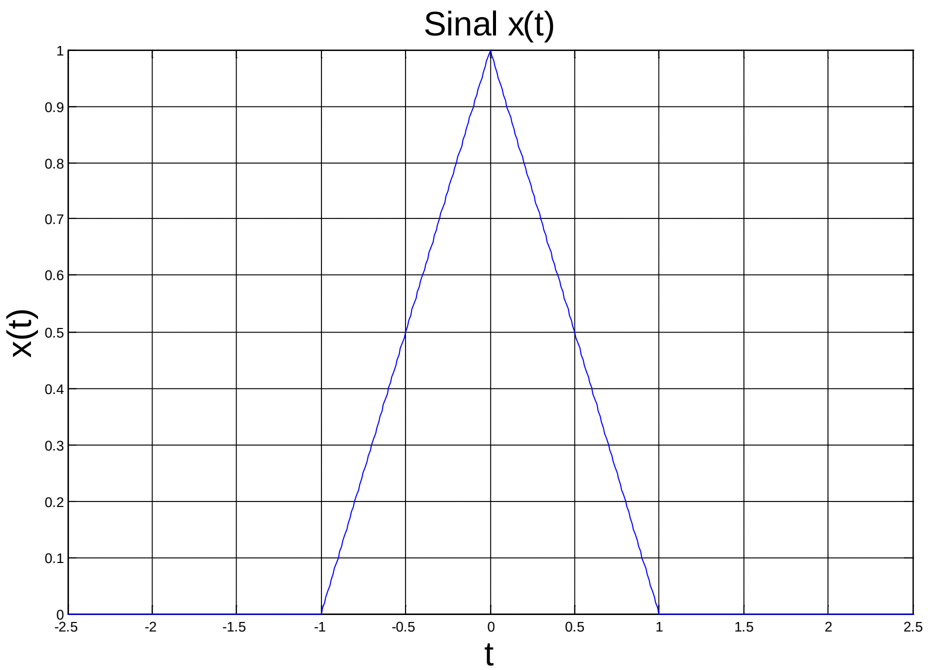
- Exercício: considerando o sinal apresentado a seguir, esboçar os sinais

$$y(t) = x(t+1), \quad y(t) = x(-t+1), \quad y(t) = x(3t/2), \quad y(t) = x(3t/2+1)$$



Operações Básicas em Sinais

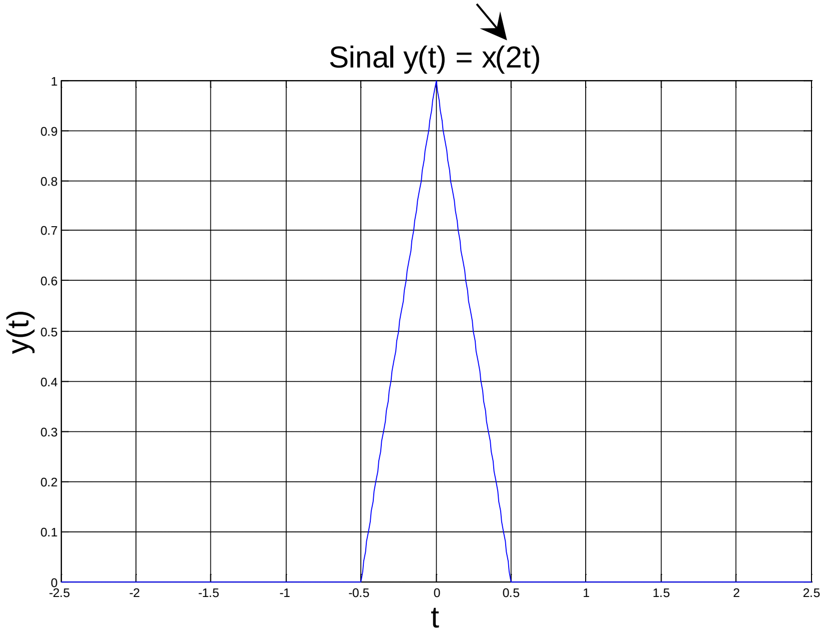
- Exemplo: considerando o sinal apresentado a seguir, esboçar os sinais $y(t)=x(2t)$ e $y(t)=x(t/2)$.

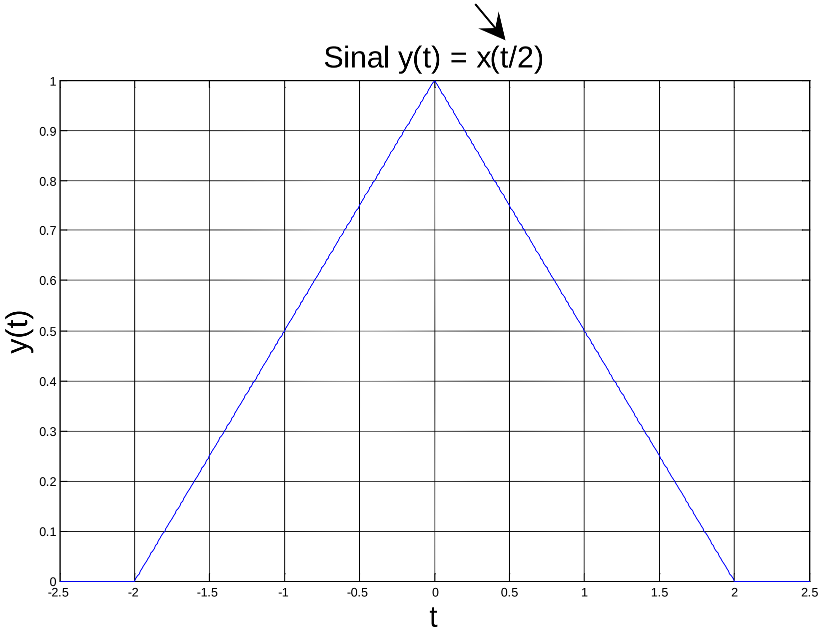


Script: M_3_SinaisFundamentosProg4.m

Operações Básicas em Sinais

Exemplo – Solução

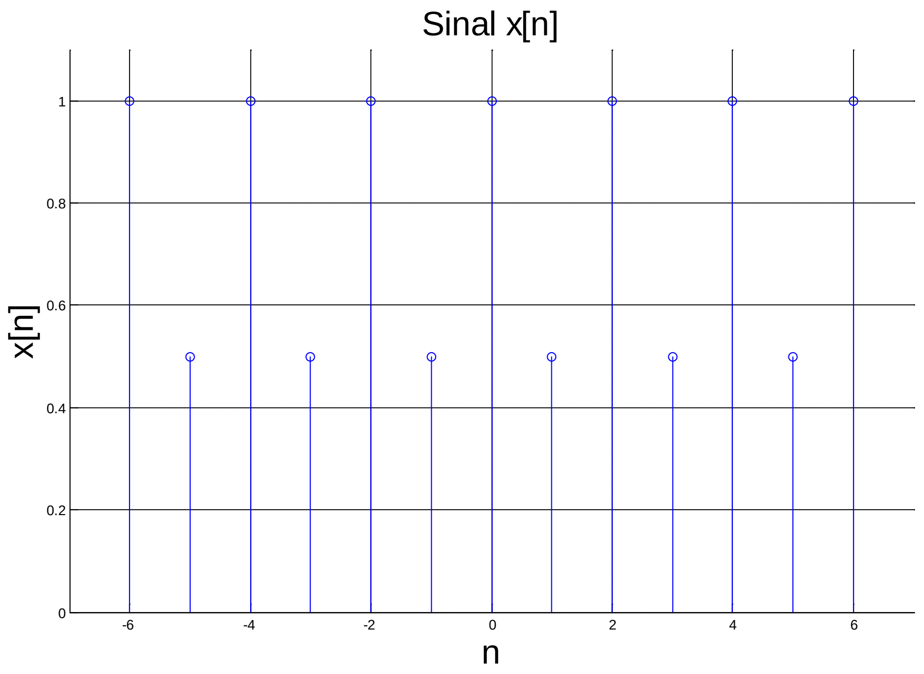




Script: M_3_SinaisFundamentosProg4.m

Operações Básicas em Sinais

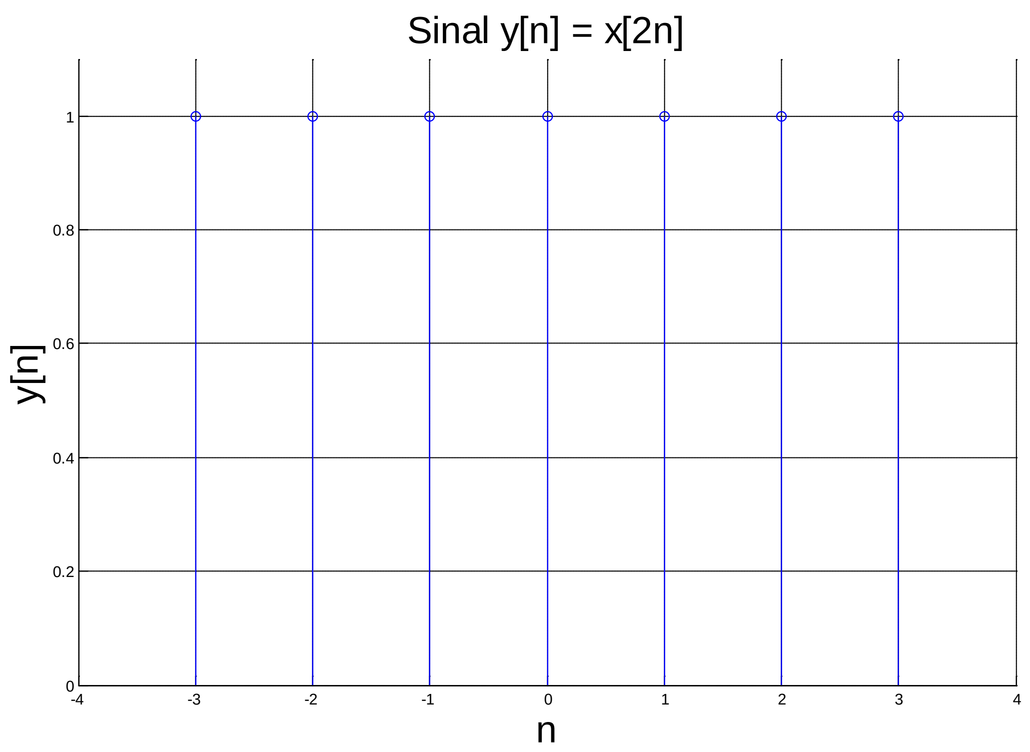
- Exemplo: considerando o sinal apresentado a seguir, esboçar o sinal $y[n] = x[2n]$.



Script: M_3_SinaisFundamentosProg5.m

Operações Básicas em Sinais

Exemplo – Solução



Script: M_3_SinaisFundamentosProg5.m

Dica

NÃO DEIXEM DE ESTUDAR A LISTA DE EXEMPLOS RESOLVIDOS...