Sinais e Sistemas

A Transformada de Fourier de Tempo Contínuo

Renato Dourado Maia

Universidade Estadual de Montes Claros

Engenharia de Sistemas

Lembrando...

- No nosso estudo sobre série de Fourier e Sistemas LTI, vimos que:

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} \rightarrow y(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k H(jk\omega_0) e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$x[n]=\sum_{k=<N>} a_k e^{jk\omega_0 n} \rightarrow \mathrm{y}[n]=\sum_{k=<N>} a_k H(e^{jk\omega_0 n}) e^{jk\omega_0 n} = \sum_{k=<N>} b_k e^{jk\omega_0 n}$$

$H(.)$, a resposta em frequência do sistema, modifica as amplitudes e fases das diversas exponeciais complexas da entrada. E já sabemos que a frequência não muda!

A Propriedade da Convolução

$$y(t) = h(t) * x(t) \overset{FT}{\longleftrightarrow} Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$$

A Resposta em Frequência de um sistema LTI é a Transformada de Fourier de sua Resposta ao Impulso!!!

- Considerando que todos os sinais e sistemas de significado físico ou prático obedecem às com-dições de Dirichlet, pode-se afirmar que todo sistema LTI estável possui Resposta em Frequência. Para sistemas instáveis, estudaremos outra ferramenta, a transformada de Laplace.

A Propriedade da Multiplicação

$$r(t) = s(t)p(t) \leftrightarrow R(j\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(j\theta)P(j(\omega-\theta))d\theta$$

- A multiplicação de dois sinais pode ser interpretada como utilizar um sinal para modular a amplitude de outro, e consequentemente, a multiplicação de dois sinais é conhecida como modulação em amplitude, e a propriedade é também conhecida como propriedade da modulação. Essa propriedade tem muitas aplicações importantes em sistemas de comunicação!!!

Convolução e Multiplicação

$$y(t) = h(t) * x(t) \overset{FT}{\leftrightarrow} Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$$

$$r(t) = s(t)p(t) \leftrightarrow R(j\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(j\theta)P(j(\omega-\theta))d\theta$$

- A convolução no tempo resulta em produto na frequência... O produto no tempo resulta em convolução na frequência...
- Isso já era de se esperar, considerando-se a DUALIDADE!!!

Tabelas

- Na tabela 4.1 do livro *Signals and Systems*, estão resumidas as propriedades da FT...
- Na tabela 4.2, estão apresentadas as FT para sinais básicos...

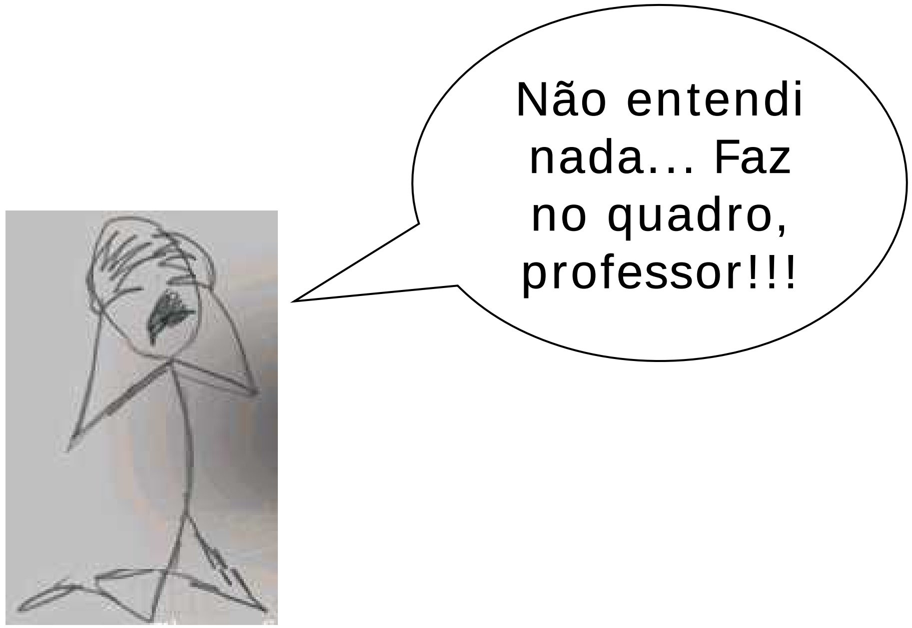
Sistemas Caracterizados por LCCDE

- Exemplo 1: para um sistema LTI caracterizado pela equação diferencial apresentada a seguir, determine a resposta em frequência e a resposta ao impulso.

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t), \ a > 0$$

Sistemas Caracterizados por LCCDE

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t),\ a > 0 \longrightarrow H(j\omega) = \frac{1}{a + j\omega} \longrightarrow h(t) = e^{-at}u(t)$$



Sistemas Caracterizados por LCCDE

- Exemplo 2: refazer o exemplo 2, mas considerando a equação diferencial apresentada a seguir.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+4\frac{dy(t)}{dt}+3y(t)=\frac{dx(t)}{dt}+2x(t)$$

Sistemas Caracterizados por LCCDE

$$H(j\omega)=\frac{(j\omega+2)}{(j\omega+1)(j\omega+3)}$$

Frações Parciais

Apêndice do livro... Estudem!!!

$$H(j\omega)=\frac{1/2}{(j\omega+1)}+\frac{1/2}{(j\omega+3)}$$

Tabela

$$h(t)=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)+\frac{1}{2}e^{-3t}u(t)$$

Educational Matlab GUIs

- Demos sobre Processamento de Sinais: Convolução, Série de Fourier, Transformadas, etc...

http://users.ece.gatech.edu/mcclella/matlabGUIs/index.html

(Acesso em 03/03/2007)

- Acrescentei na página a *Fourier Series Demo* e a CLTI Demo. Vamos brincar um pouco com a CLTI Demo! ☺

E Agora???

Estudar os exemplos e fazer os exercícios!!!