Controle de Sistemas

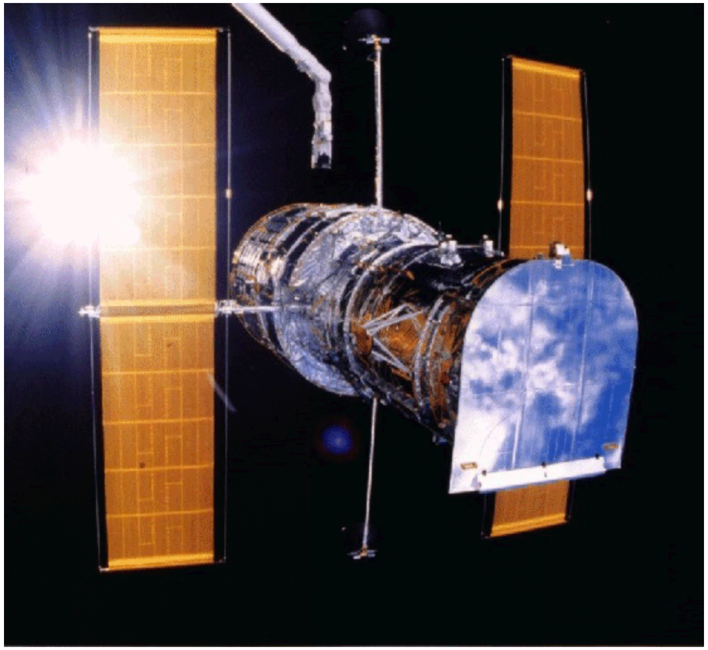
Desempenho de Sistemas de Controle

Renato Dourado Maia

Universidade Estadual de Montes Claros

Engenharia de Sistemas

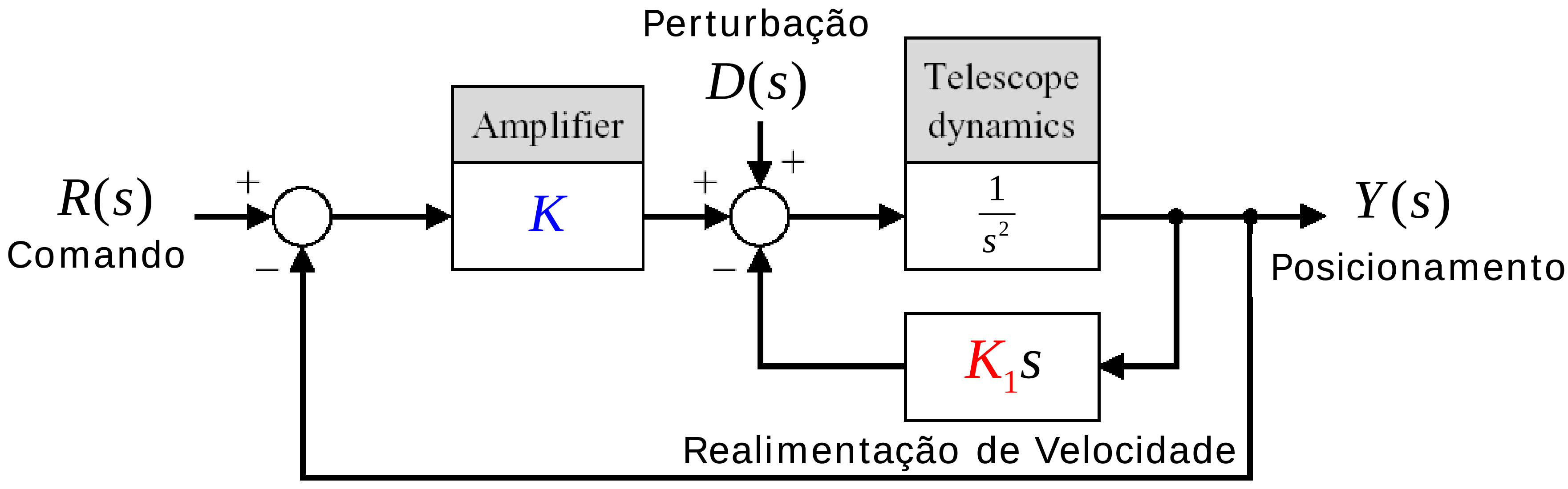
Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble



O Hubble é um telescópio de 2,4m, que fica a 380 milhas da Terra, sendo capaz de apontar e focalizar um moeda de dez centavos de dólar a 400 milhas de distância...

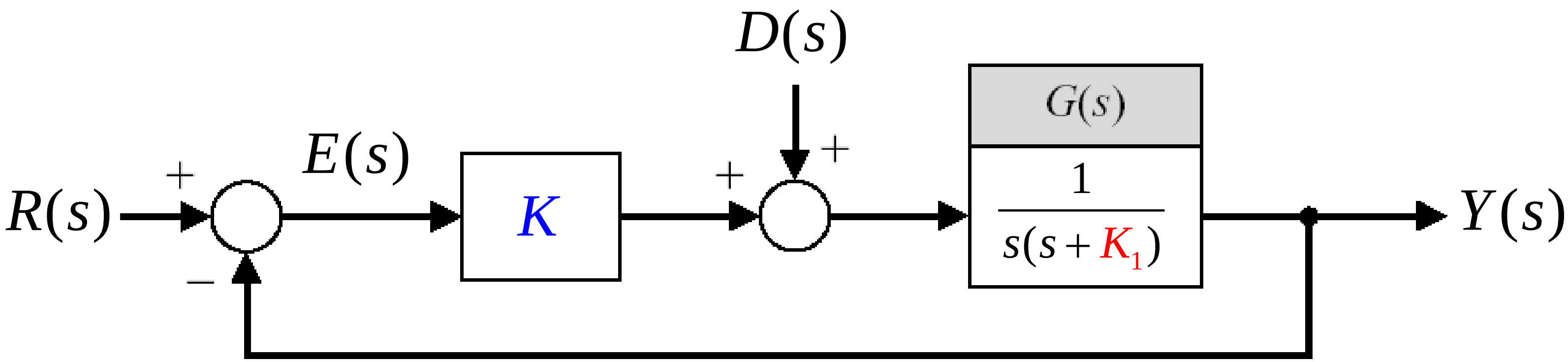
Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

- Diagrama de blocos:



Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

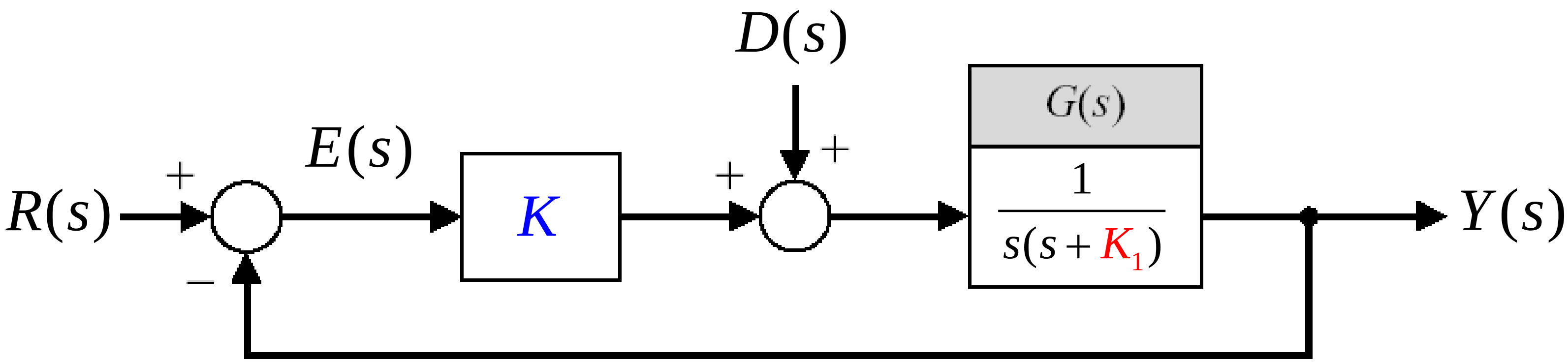
- Diagrama de blocos:



- Objetiva-se escolher K_1 e K de modo que:

1. A U.P para entrada em degrau seja ≤ 10%.
2. O erro em estado estacionário seja minimizado.
3. O efeito da perturbação de carda, D, seja minimizado.

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

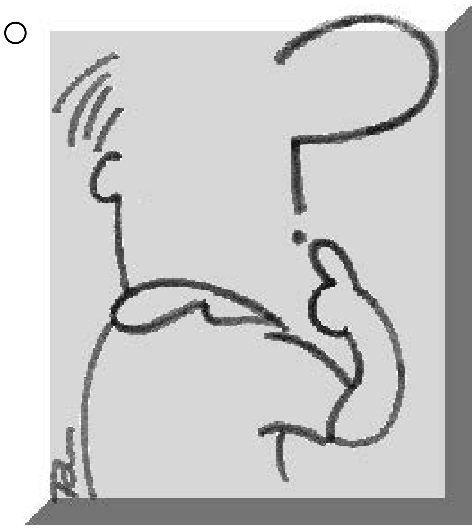


- A função de transferência em malha fechada, de R para Y é?

$$T(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)} = \frac{K\dfrac{1}{s(s+K_1)}}{1+K\dfrac{1}{s(s+K_1)}} = \frac{K}{s^2+K_1 s+K}$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

O que fazer agora?



Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

- Projetar os valores de K_1 e K de modo que as especificações de desempenho sejam atendidas.
- Perguntas iniciais:
  - Como o erro em estado estacionário, sem perturbação, pode ser minimizado?
  - Como o erro em estado estacionário, devido a apenas uma perturbação em degrau unitário, pode ser minimizado?

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

- Vamos observar novamente a função de transferência da planta:

$$G(s) = \frac{1}{s(s + K_1)}$$

Qual é o erro em estado estacionário para uma entrada em degrau, com perturbação nula?

$$G(s) = \frac{1}{s(s + K_1)}$$

Sistema Tipo 1, com realimentação unitária negativa: o erro em estado estacionário para entrada em degrau é nulo!

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

- Pensemos, então, numa entrada tipo rampa de inclinação B, com perturbação nula:

$$K_v \triangleq \lim_{s\to 0} sG(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{K}{s(s+K_1)} = \frac{K}{K_1} \longrightarrow e_{ss} = \frac{B}{K_v} = \frac{B}{K/K_1}$$

- Agora vamos analisar o efeito de uma perturbação em degrau unitário, com referência nula:

$$E(s) = -\frac{G(s)}{1+KG(s)}D(s) \Rightarrow e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = -\frac{1}{K}$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

- Resumindo:
  - Para uma entrada em rampa de inclinação *B*, com perturbação nula, o erro em estado estacionário é:

$$e_{ss} = \frac{B}{K/K_1}$$

  - Para referência nula, o erro para uma perturbação em degrau unitário é:

$$e_{ss} = -\frac{1}{K}$$

Conclusões: $1: K \gg 1 \quad 2: K/K_1 \gg 1 \Rightarrow K \gg K_1$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

- Falta analisar a especificação de ultrapassagem percentual... Lembremos da função de transferência em malha fechada:

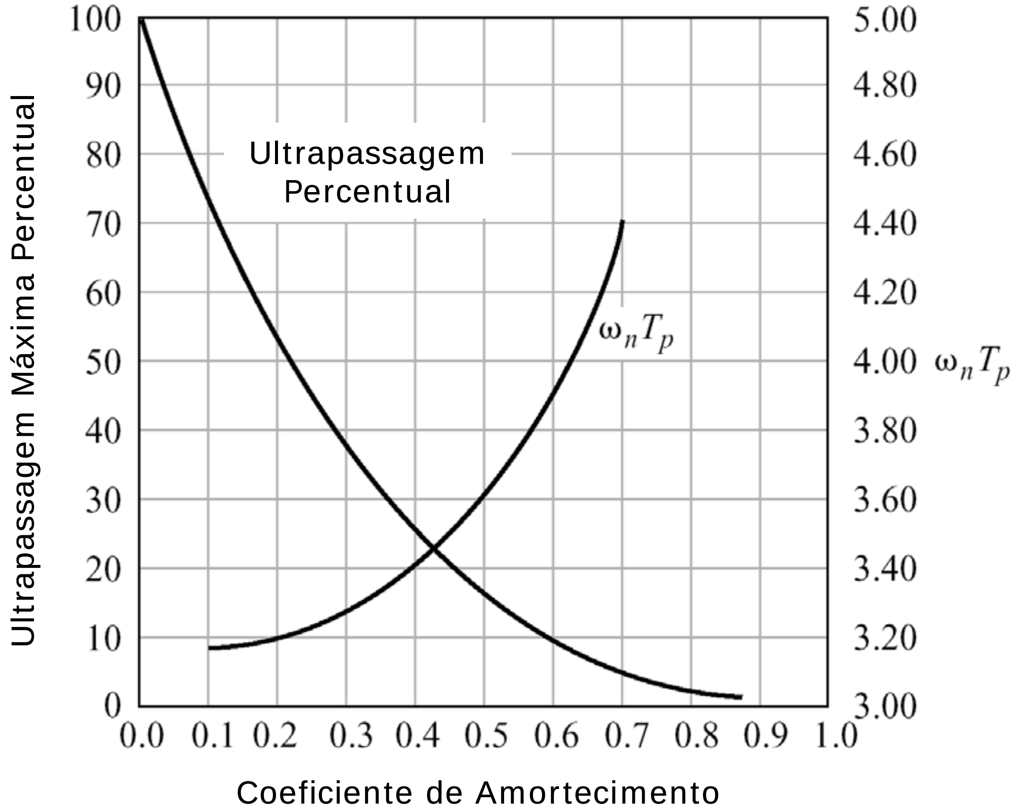
$$T(s) = \frac{K}{s^2 + K_1 s + K}$$

Podemos utilizar todo o nosso conhecimento sobre sistemas de segunda ordem!

$$T(s) = \frac{K}{s^2 + K_1 s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \begin{cases} \omega_n = \sqrt{K} \\ K_1 = 2\zeta\omega_n = 2\zeta\sqrt{K} \end{cases}$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

Ultrapassagem Percentual e Tempo de Pico Normalizado versus Relação de Amortecimento



U.P. ≤ 10%

ζ = 0,6; U.P. = 9,5%

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

$$T(s) = \frac{K}{s^2 + K_1 s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \begin{cases} \omega_n = \sqrt{K} \\ K_1 = 2\zeta\omega_n = 2\zeta\sqrt{K} \end{cases}$$

$$\Big\downarrow \; \zeta = 0.6$$

$$\omega_n = \sqrt{K}$$

$$K_1 = 2(0,6)\omega_n = 1,2\sqrt{K}$$

E agora?

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

$$\omega_n = \sqrt{K}$$

$$K_1 = 2(0,6)\omega_n = 1,2\sqrt{K}$$

$$1: K \gg 1$$

$$2: K/K_1 \gg 1 \Rightarrow K \gg K_1$$

$$K/K_1 = K/1,2\sqrt{K} = \sqrt{K}/1,2$$

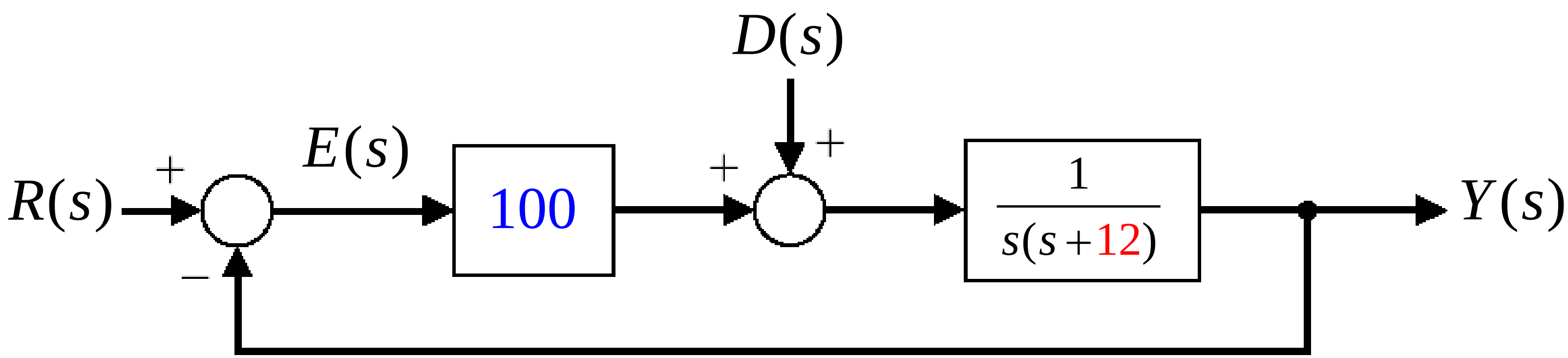
$$\downarrow$$

$$K >> 1$$

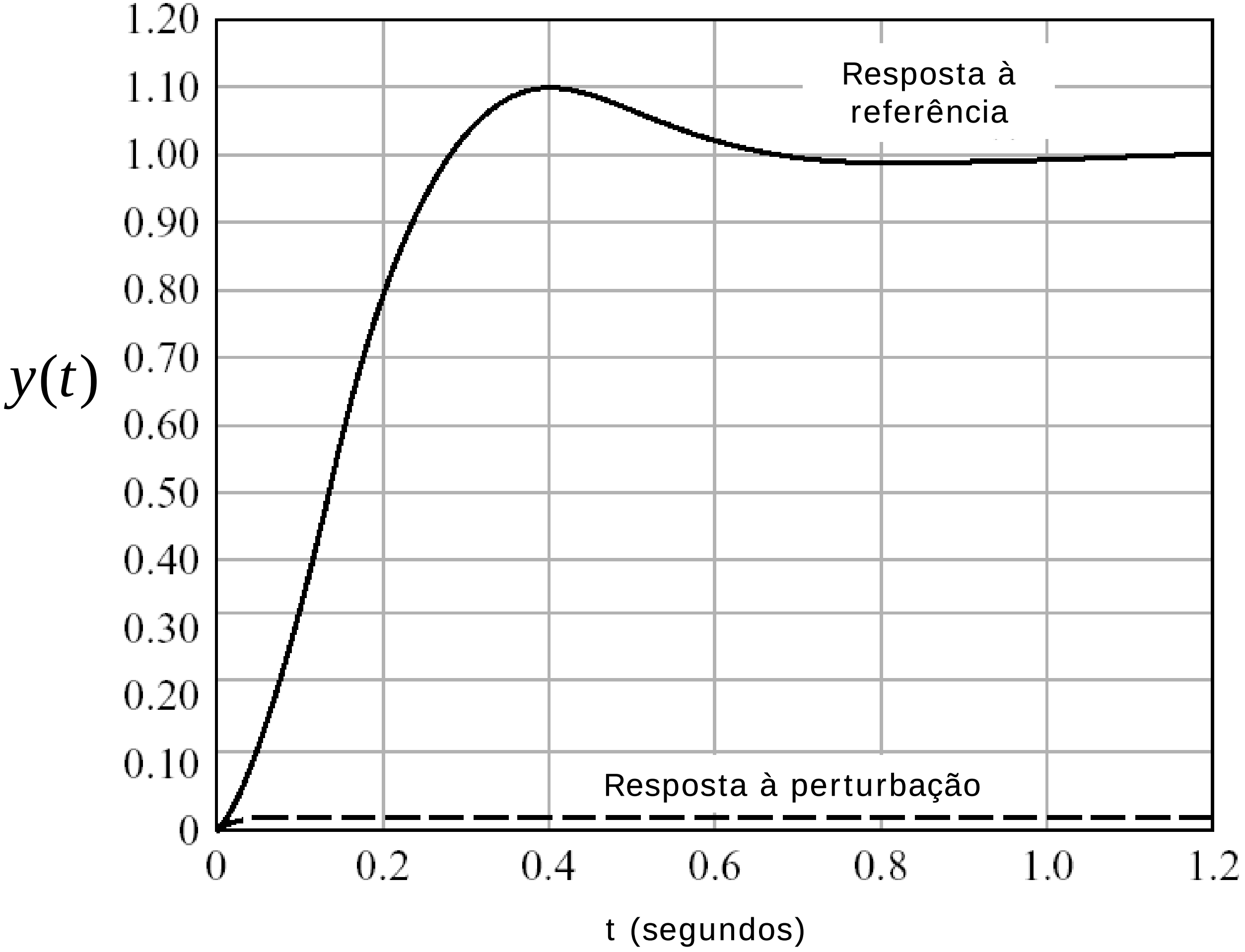
$$K_1 = 1,2\sqrt{K}$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

- Escolhendo $K = 100$, $K_1 = 12$.



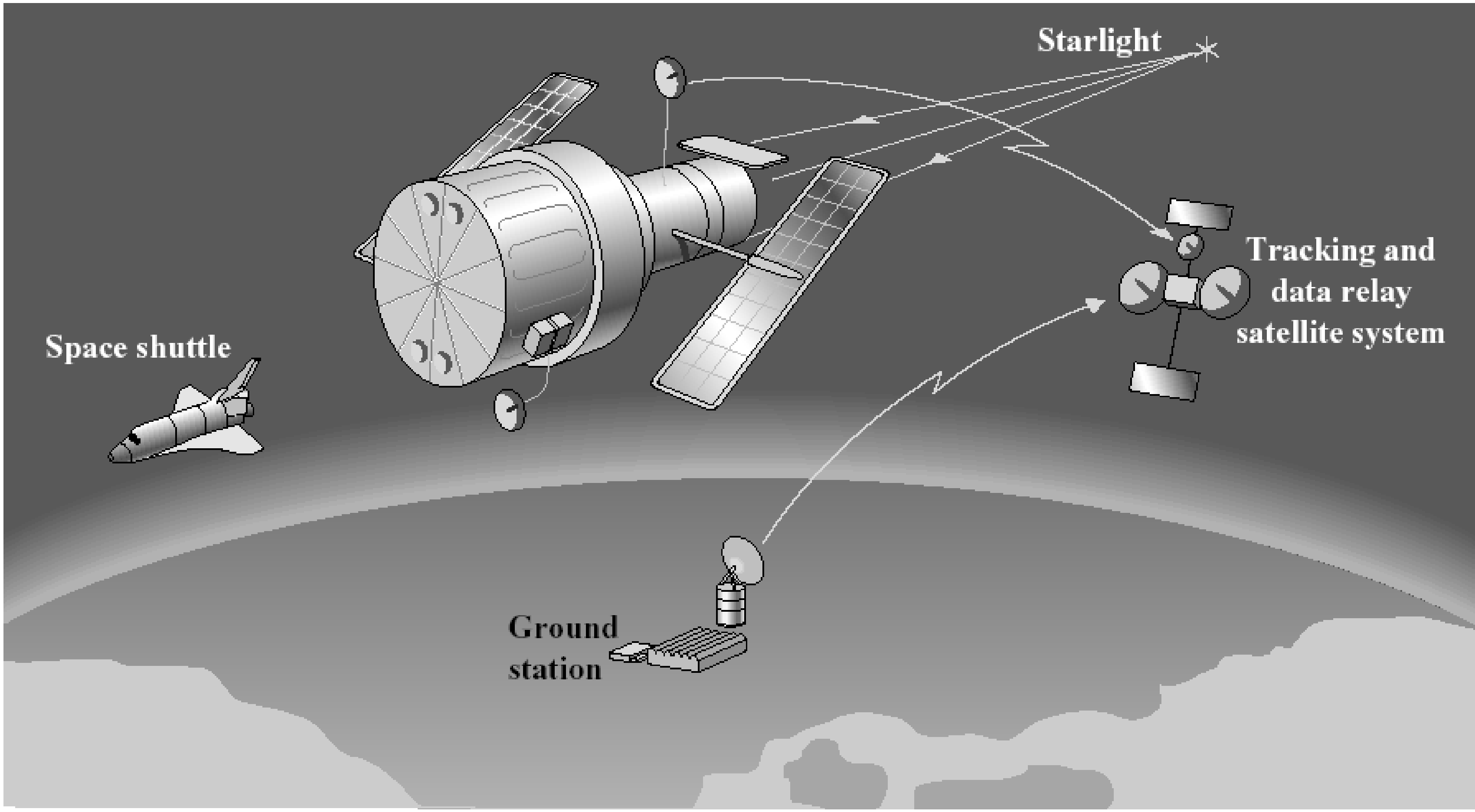
Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble



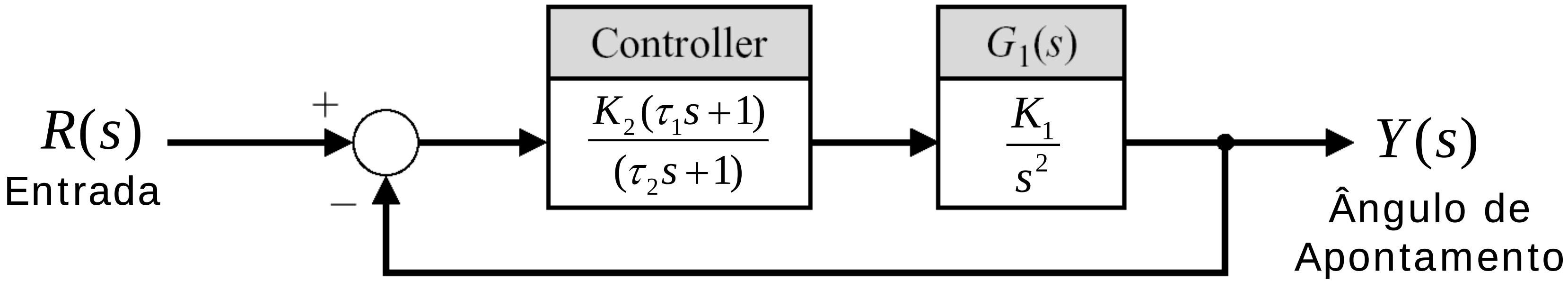
Problema 5.5 – Dorf & Bishop

- Um telescópio espacial deve ser lançado para realizar experimentos astronômicos. Deseja-se que o sistema de controle de posicionamento seja capaz de uma resolução de 0.01 minuto de arco e de rastrear objetos solares com movimento aparente de até 0.21 minuto de arco por segundo. O sistema e o sistema de controle estão apresentados nas figuras dos próximos dois *slides*. Admitir que a constante de tempo 1 é de 1 s, e a constante de tempo 2 é nula (uma aproximação).

Problema 5.5 – Dorf & Bishop



Problema 5.5 – Dorf & Bishop



a) Determinar o ganho $K = K_1K_2$ necessário pra que a resposta a um comando em degrau seja tão rápida quanto razoável com uma ultrapassagem menor do que 5%.

b) Determinar o erro de estado estacionário do sistema para uma entrada em degrau e em rampa.

c) Selecionar K utilizando o índice de desempenho ITAE para entradas em degrau e em rampa.

Problema 5.5 – Dorf & Bishop

- Função de transferência em malha fechada:

$$T(s) = \frac{K_1 K_2 (s+1)}{s^2 + K_1 K_2 s + K_1 K_2} = \frac{K(s+1)}{s^2 + Ks + K}$$

- A função de transferência é de segunda ordem... Mas há um zero! Então, devemos ser mais cautelosos com a análise!

- Deseja-se uma ultrapassagem percentual menor do que 5%. Um coeficiente de amortecimento de 0,7 leva a uma ultrapassagem de aproximadamente 4,7%...

Problema 5.5 – Dorf & Bishop

- Função de transferência em malha fechada:

$$T(s) = \frac{K_1K_2(s+1)}{s^2 + K_1K_2 s + K_1K_2} = \frac{K(s+1)}{s^2 + Ks + K}$$

$$\left.\begin{aligned} \omega_n^2 &= K \\ 2\zeta\omega_n &= K \end{aligned}\right\} \omega_n^2 = 2\zeta\omega_n = 1,4\omega_n \Rightarrow \omega_n = 1,4$$

$$\downarrow$$

$$K = K_1K_2 = 1,96$$

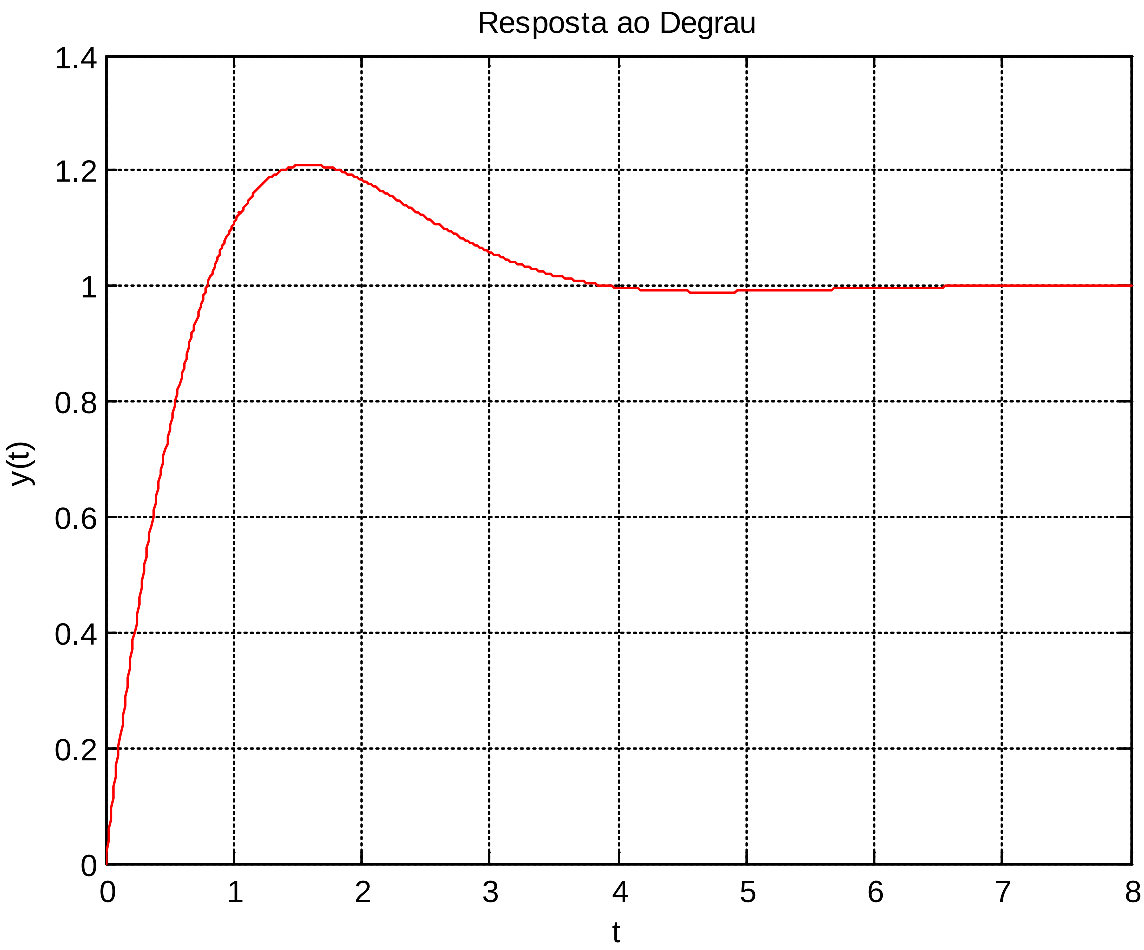
Problema 5.5 – Dorf & Bishop

- Como o sistema é Tipo 2, com realimentação unitária negativa, o erro em estado estacionário é zero para entradas em degrau e em rampa.

- Agora, vamos simular o sistema para entradas em degrau e rampa e verificar se as especificações foram atendidas... Lembrem-se que há um zero na função de transferência em malha fechada.

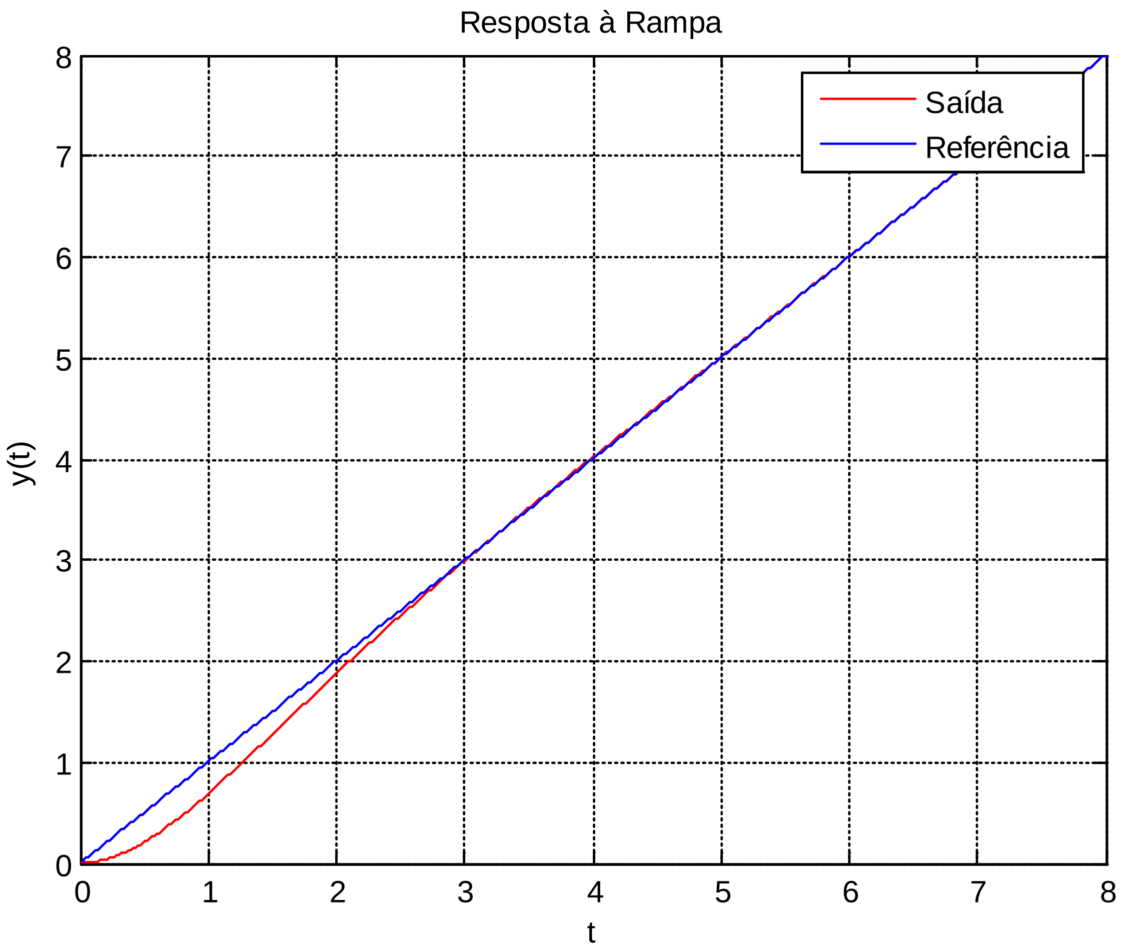
Script em Matlab: M_7_DesempenhoSistemasProg1.m

Problema 5.5 – Dorf & Bishop



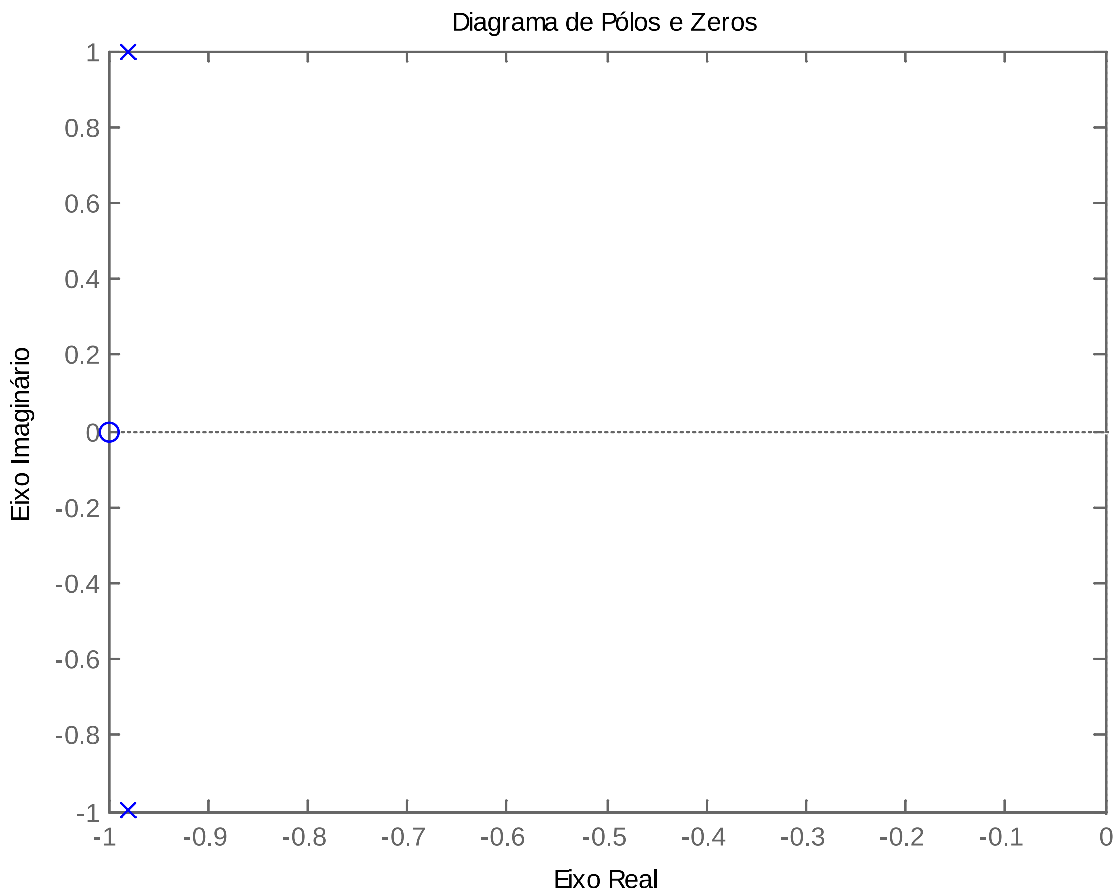
$$K = 1,96$$

Problema 5.5 – Dorf & Bishop



$$K = 1,96$$

Problema 5.5 – Dorf & Bishop



$$K = 1,96$$

Problema 5.5 – Dorf & Bishop

- A ultrapassagem percentual foi de 20%... E a-gora?

$$T(s)=\frac{K_1K_2(s+1)}{s^2+K_1K_2s+K_1K_2}=\frac{K(s+1)}{s^2+Ks+K}$$

Pólos: $$\frac{-K\pm\sqrt{K^2-4K}}{2}=-\frac{K}{2}\pm\frac{\sqrt{K(K-4)}}{2}$$

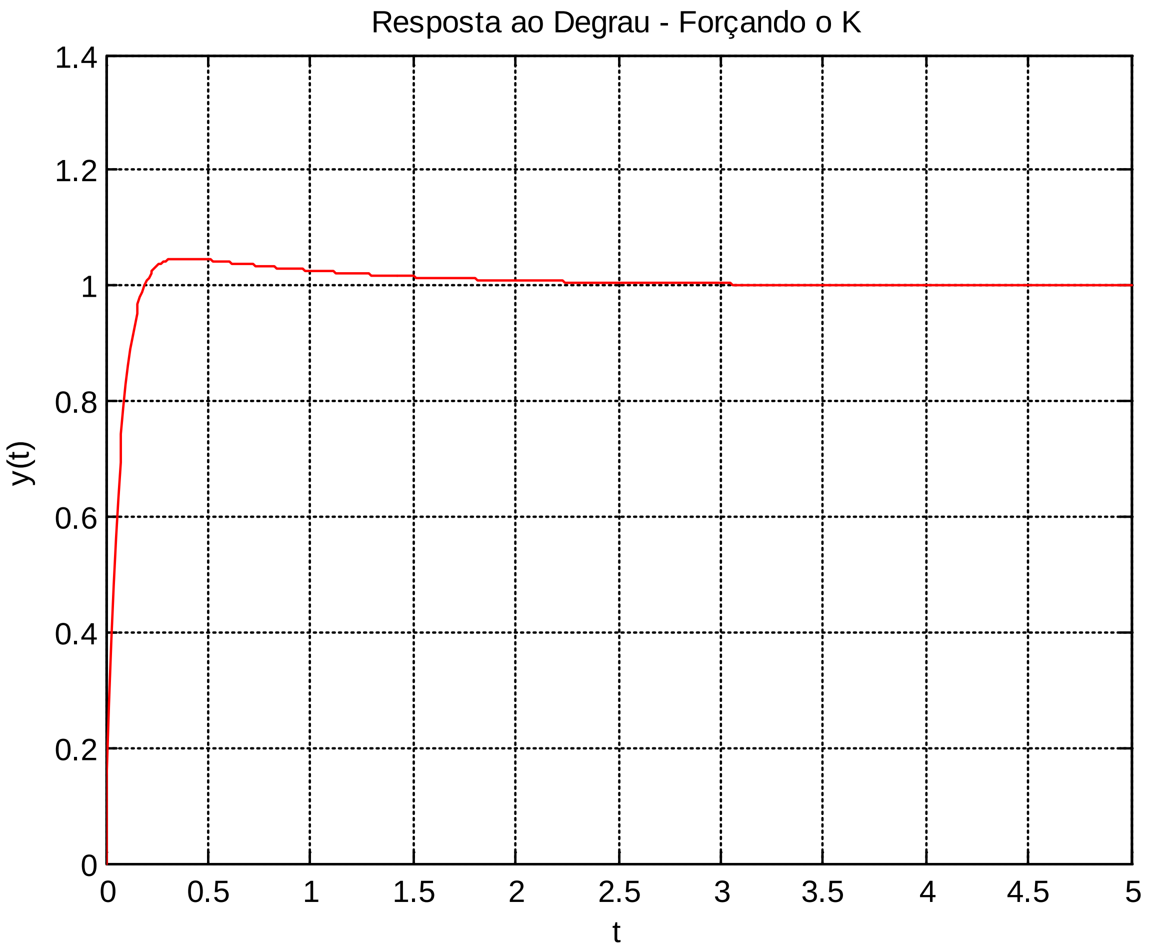
$K=4\quad ???$

$K>4\quad ???$

$K<4\quad ???$

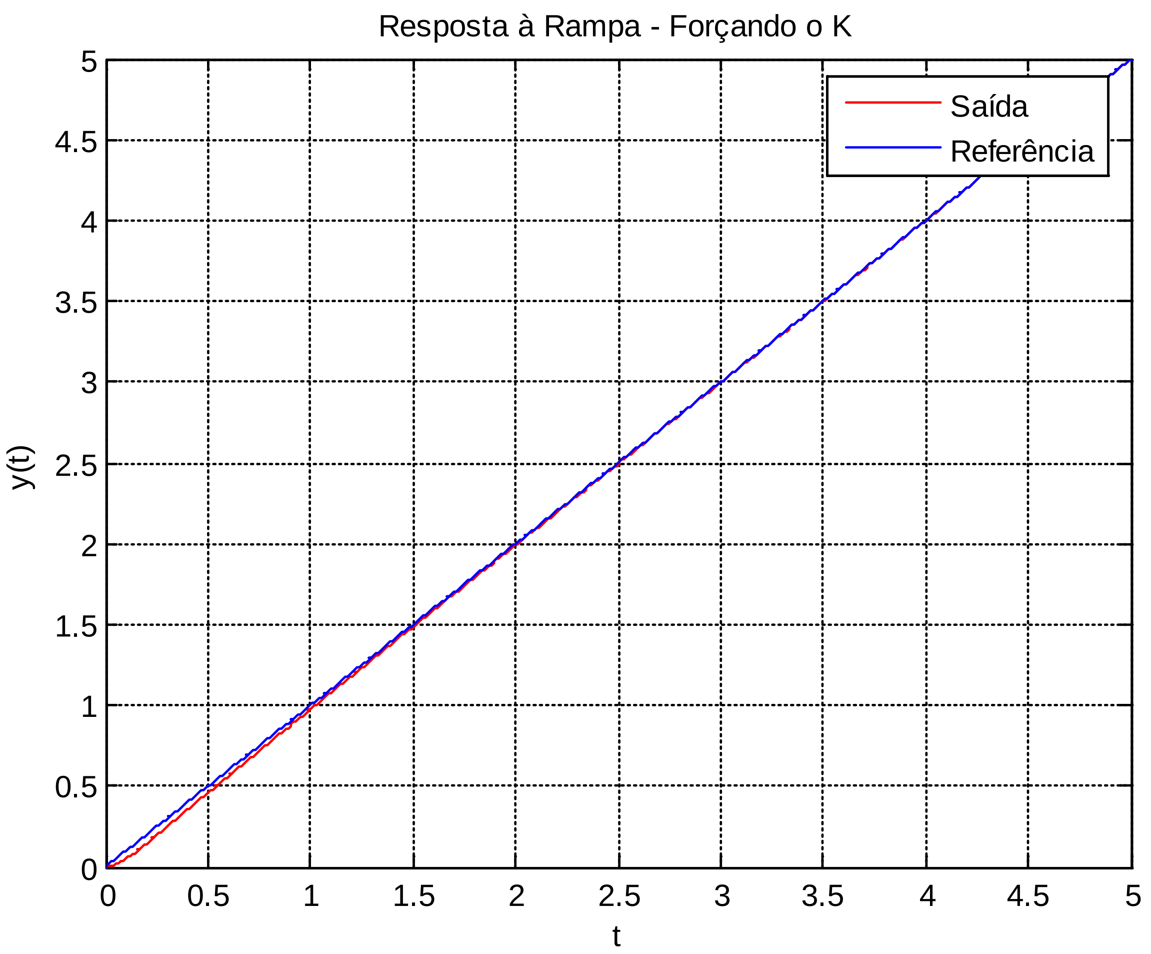
E aí?

Problema 5.5 – Dorf & Bishop



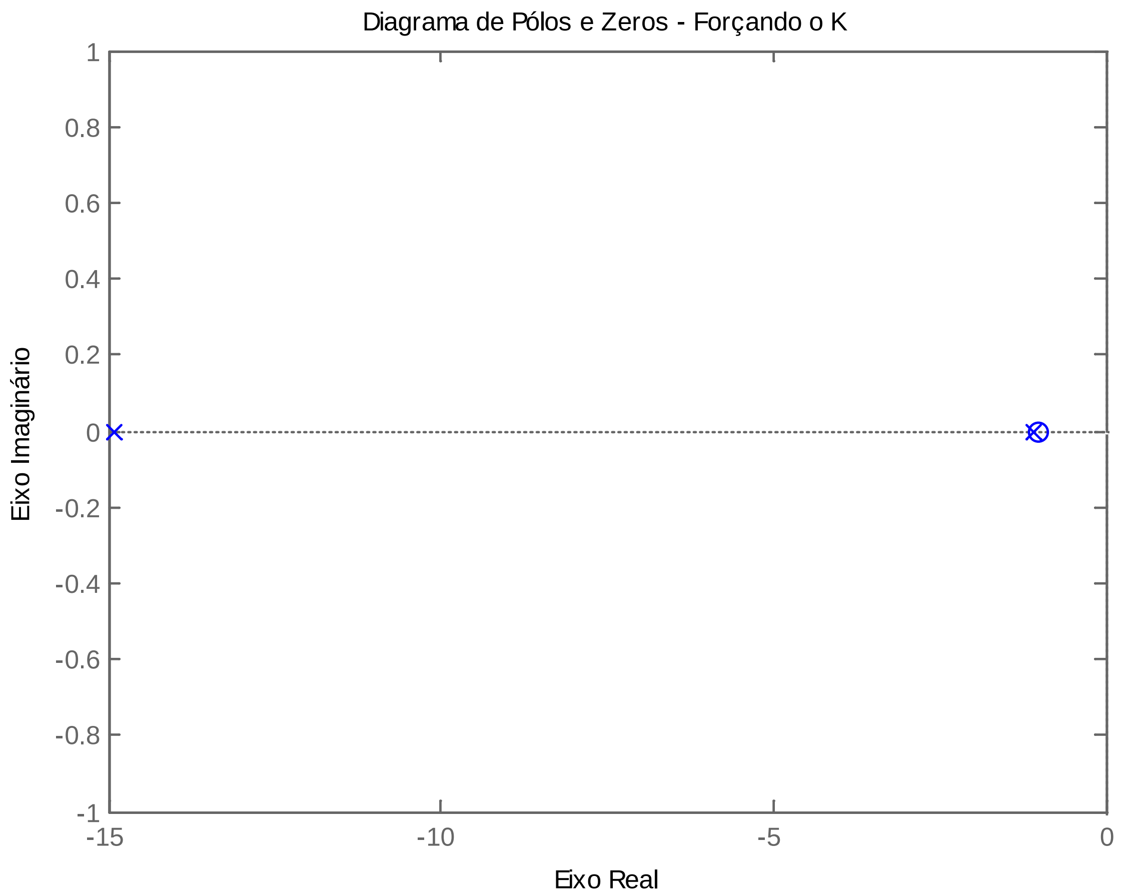
$$K = 16$$

Problema 5.5 – Dorf & Bishop



$$K = 16$$

Problema 5.5 – Dorf & Bishop



$$K = 16$$