DISCIPLINA: SINAIS E SISTEMAS

PROFESSOR: RENATO DOURADO MAIA

EXEMPLOS RESOLVIDOS – AULA 3: SINAIS E SISTEMAS – FUNDAMENTOS

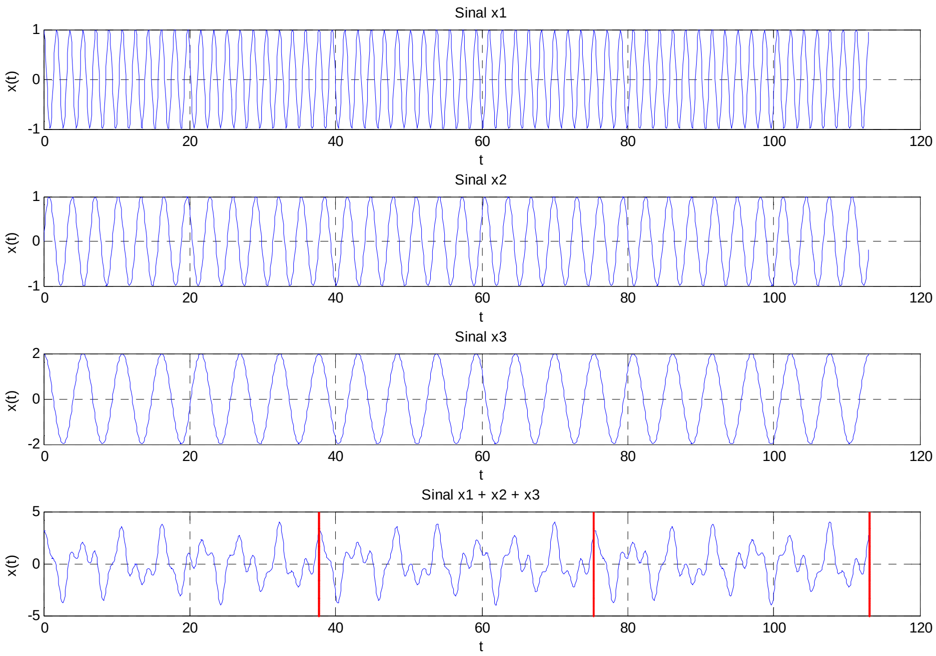
Exemplo 1: Verifique se a soma dos três sinais periódicos apresentados a seguir resulta num sinal periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

$$x_1(t) = \cos(3.5t)$$
$$x_2(t) = \sin(2t)$$
$$x_3(t) = 2\cos(\frac{7t}{6})$$

Solução:

Cálculo dos Períodos	Cálculo das Razões Entre os Períodos
$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{3.5}$ $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{2}$ $T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = \frac{2\pi}{7/6}$	$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi/3.5}{2\pi/2} = \frac{2}{3.5} = \frac{4}{7}$ $\frac{T_1}{T_3} = \frac{2\pi/3.5}{2\pi/(7/6)} = \frac{7/6}{3.5} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

Como as razões entre os períodos são razões de números inteiros, o sinal resultante é periódico. O MMC entre os denominadores é 21; logo, o período fundamental é: $T = 21T_1 = 21\frac{2\pi}{3.5} = 12\pi$.



Script: M_Exemplos_3_SinaisFundamentosEx1.m

Exemplo 2: Verifique se o sinal $x(t)=\cos^2(5t)$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Lembrando: $\cos(A+B)=\cos(A)\cos(B)-\sin(A)\sin(B)$

Solução 1:

$$\cos(10t)=\cos(5t+5t)=\cos^2(5t)-\sin^2(5t)=2\cos^2(5t)-1=1-2\sin^2(5t)$$

$$\cos^2(5t)=\frac{\cos(10t)+1}{2}$$

$$T=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$$

Solução 2:

$$x(t)=x(t+T)$$

$$\cos^2(5t)=\cos^2(5(t+T))$$

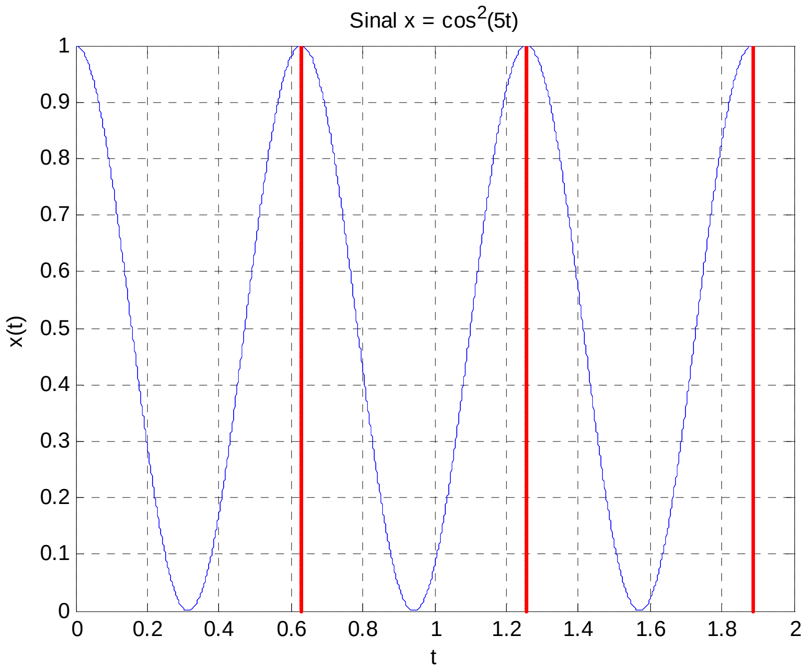
Lembrando: $\cos(A+B)=\cos(A)\cos(B)-\sin(A)\sin(B)$

Assim: $\cos(5(t+T))=\cos(5t+5T)=\cos(5t)\cos(5T)-\sin(5t)\sin(5T)$

Elevando ao quadrado:

$$\cos^2(5(t+T))=\cos^2(5t)\cos^2(5T)+\sin^2(5t)\sin^2(5T)-2\cos(5t)\cos(5T)\sin(5t)\sin(5T)$$

Para que a igualdade se verifique, deve-se ter $\begin{cases}\cos^2(5T)=1\\ \sin^2(5T)=0\end{cases}$, o que ocorre para $5T=k\pi$. O período fundamental é dado para $k = 1$: $T=\dfrac{\pi}{5}$.



Script: M_Exemplos_3_SinaisFundamentosEx2.m

Exemplo 3: Verifique se o sinal $x[n]=(-1)^n$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Solução 1:

Definição: $(-1)^n = (-1)^{n+N} = (-1)^n(-1)^N$

A relação será verdadeira para N par, e o menor valor diferente de zero é 2. Assim, o período fundamental é 2.

Solução 2:

Lembrando: $e^{j\pi} = -1$

Definição: $(e^{j\pi})^n = (e^{j\pi})^{n+N} = (e^{j\pi})^n(e^{j\pi})^N$

A relação será verdadeira para $(e^{j\pi})^N = 1$, o que ocorre para $\pi N = 2\pi k$. O período fundamental é dado para *k = 1*: *N = 2*.

Exemplo 4: Verifique se o sinal $x[n]=\cos(2n)$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Solução:

Definição: $\cos(2n) = \cos(2(n+N)) = \cos(2n)\cos(2N) - \sin(2n)\sin(2N)$

A relação será verdadeira para $\begin{cases}\cos(2N)=1\\ \sin(2N)=0\end{cases}$, o que ocorre para $2N = 2\pi k$. Entretanto, N deve ser inteiro, e o sinal não é periódico.

Exemplo 5: Verifique se o sinal $x[n]=\cos(2\pi n)$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Solução:

Definição: $\cos(2\pi n) = \cos(2\pi(n+N)) = \cos(2\pi n)\cos(2\pi N) - \sin(2\pi n)\sin(2\pi N)$

A relação será verdadeira para $\begin{cases}\cos(2\pi N)=1\\ \sin(2\pi N)=0\end{cases}$, o que ocorre para $2\pi N = 2\pi k,\ N = k$. Entretanto, N deve ser inteiro, e o sinal não é periódico. O período fundamental é dado para *k = 1*: *N = 1*.

Exemplo 6: Verifique se o sinal $x[n] = (-1)^{n^2}$ é periódico. Em caso afirmativo, determine o período fundamental.

Solução 1:

Definição:

$$\begin{aligned}(-1)^{n^2} &= (-1)^{(n+N)^2}\\ &= (-1)^{n^2+N^2+2Nn}\\ &= (-1)^{n^2}(-1)^{N^2}((-1)^2)^{nN}\\ &= (-1)^{n^2}(-1)^{N^2}\end{aligned}$$

A relação será verdadeira para N^2 par. O período fundamental é dado para $N = 2$.

Solução 2:

Lembrando: $e^{j\pi} = -1$

Definição:

$$\begin{aligned}(e^{j\pi})^{n^2} &= (e^{j\pi})^{(n+N)^2}\\ &= (e^{j\pi})^{n^2+N^2+2nN}\\ &= (e^{j\pi})^{n^2}(e^{j\pi})^{N^2}(e^{j2\pi})^{nN}\\ &= (e^{j\pi})^{n^2}(e^{j\pi})^{N^2}\end{aligned}$$

A relação será verdadeira para $\pi N^2 = 2k\pi$, o que ocorre para $N = \sqrt{2k}$. N deve ser inteiro, e o menor valor de k que leva a isso é 2. O período fundamental é dado para $k = 2$: $N = 2$.