

Sinais e Sistemas

Sinais e Sistemas – Fundamentos

Renato Dourado Maia

Faculdade de Ciência e Tecnologia de Montes Claros

Fundação Educacional Montes Claros

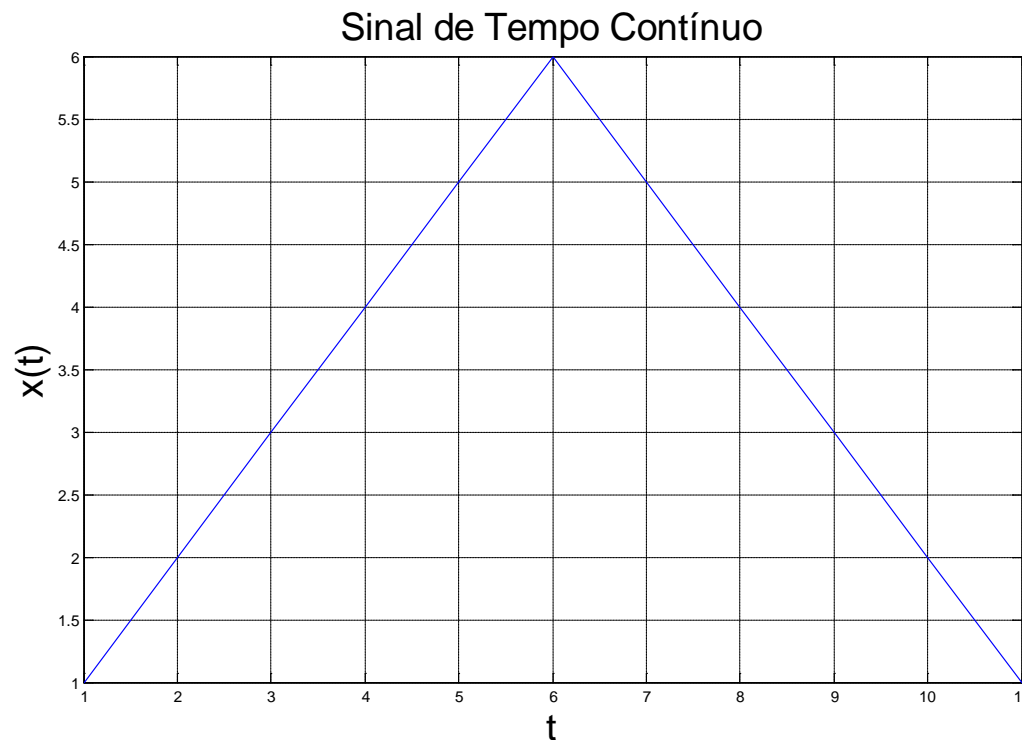


Classificação de Sinais

- Sinal de Tempo Contínuo:
 - É definido para todo tempo t , sendo t uma **variável independente contínua** – conjunto dos números reais.
 - Notação: parênteses – $x(t)$.

Classificação de Sinais

Exemplo de Sinal de Tempo Contínuo



Script: M_3_SinaisFundamentosProg1.m

Classificação de Sinais

□ Sinal de Tempo Discreto:

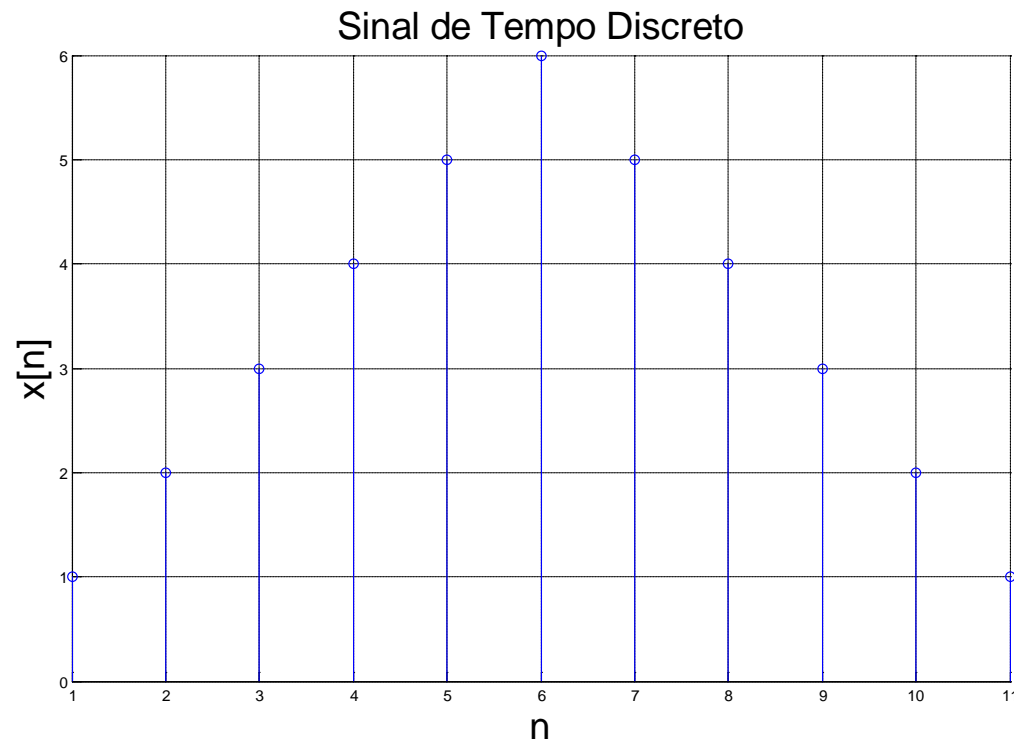
- É definido somente em **instantes isolados de tempo**, sendo escrito normalmente como função de n , **uma variável independente discreta** – conjunto dos números inteiros.
- Notação: colchetes – $x[n]$.
- A **amostragem** de um sinal de tempo contínuo gera um sinal de tempo discreto:

$$x[n] = x(nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

T é o período de amostragem

Classificação de Sinais

Exemplo de Sinal de Tempo Discreto



Script: M_3_SinaisFundamentosProg1.m

Classificação de Sinais

□ Perguntas:

- Dizer que um sinal é **analógico** é o mesmo que dizer que ele é de **tempo contínuo**?
- Dizer que um sinal é **digital** é o mesmo que dizer que ele é de **tempo discreto**?



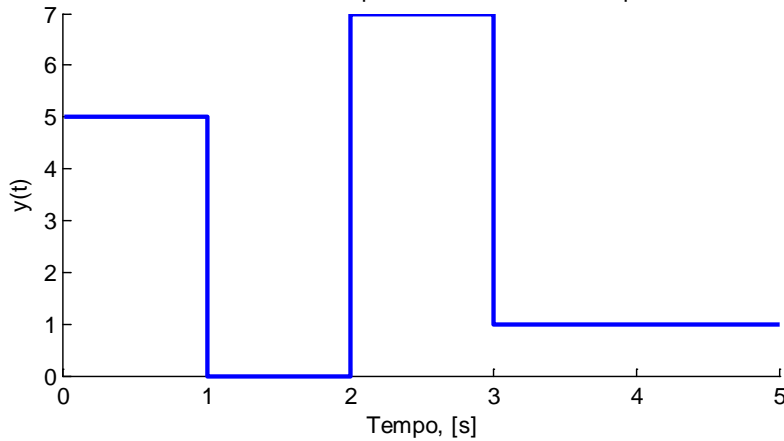
NÃO!

Classificação de Sinais

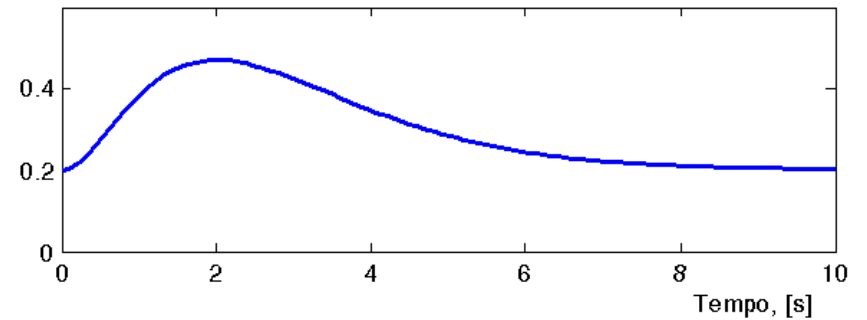
- ❑ Os conceitos de tempo contínuo e discreto são geralmente confundidos com os conceitos de analógico e digital, respectivamente...
- ❑ Sinal analógico e sinal de tempo contínuo são coisas diferentes, bem como sinal digital e sinal de tempo discreto.
- ❑ Tempo contínuo e tempo discreto qualificam a natureza do sinal ao longo do tempo, enquanto discreto e digital qualificam a natureza da amplitude do sinal...

Classificação de Sinais

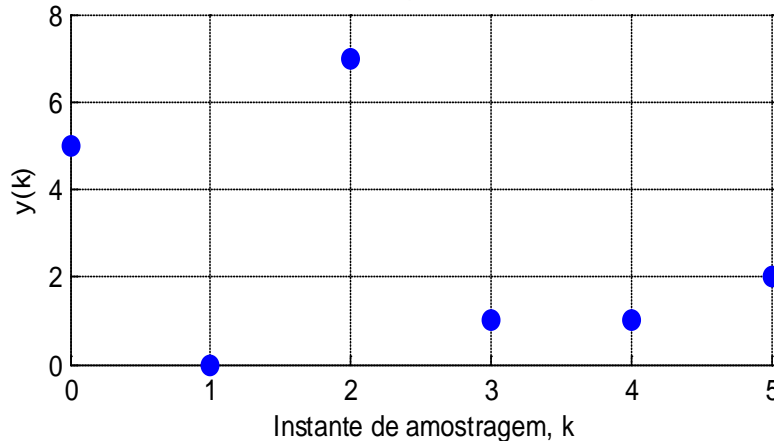
Discreto em amplitude e contínuo no tempo



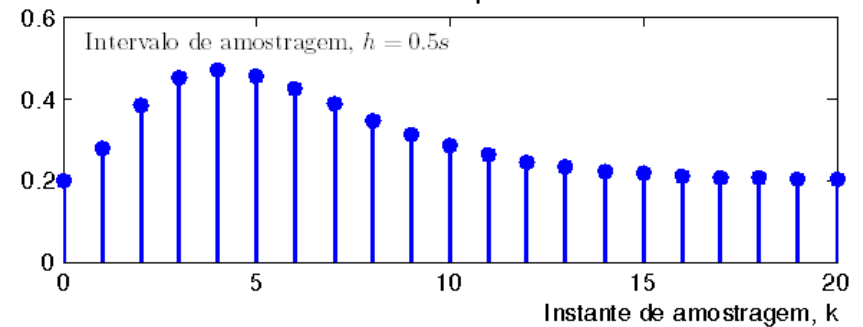
Variável de tempo contínuo



Discreto em amplitude e no tempo



Variável de tempo discreto



Classificação de Sinais

□ Sinal Par:

- Um sinal é **par** se, e somente se: $x(t) = x(-t) \forall t$

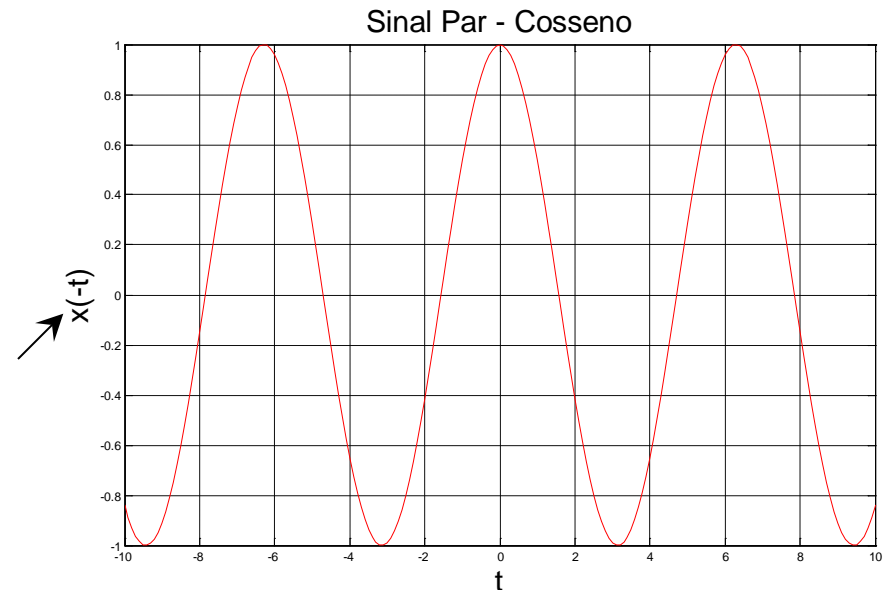
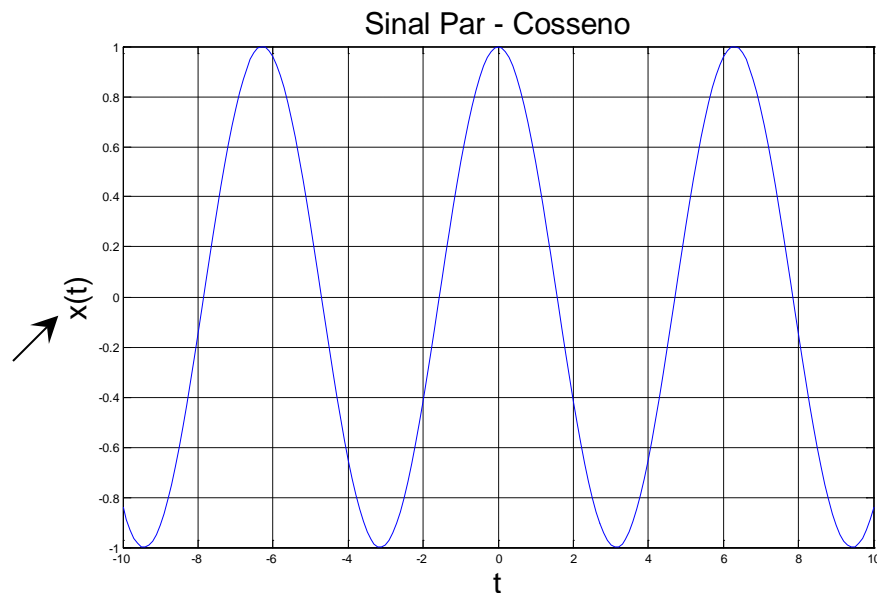
□ Sinal Ímpar:

- Um sinal é **ímpar** se, e somente se: $x(t) = -x(-t) \forall t$

O CASO DISCRETO É ANÁLOGO!!!

Classificação de Sinais

Exemplo de Sinal Par – Cosseno

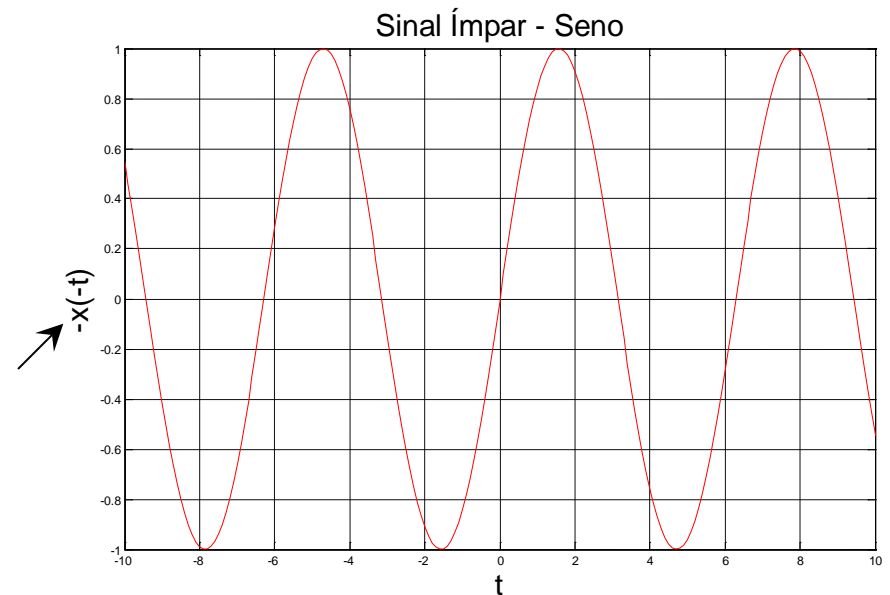
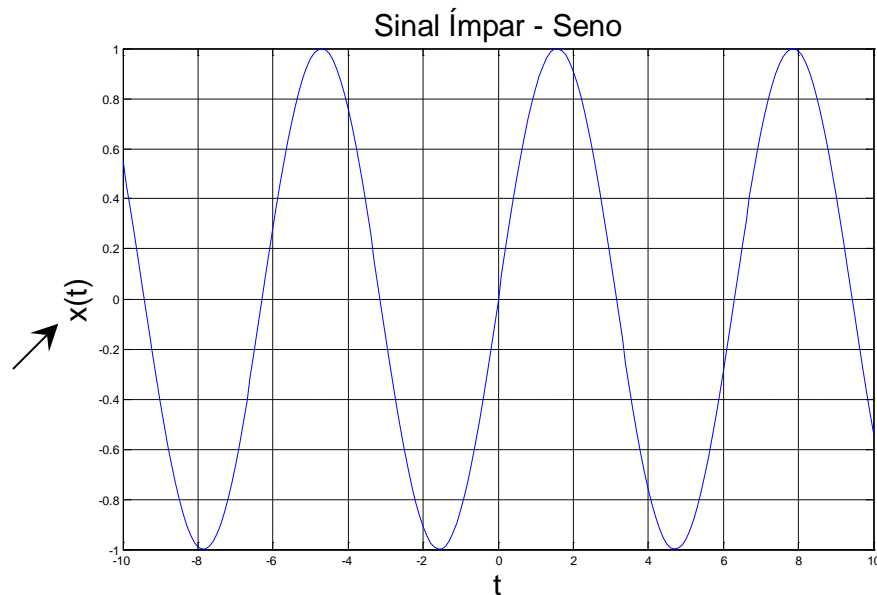


SIMETRIA EM RELAÇÃO AO EIXO DAS ORDENADAS – Y

Script: M_3_SinaisFundamentosProg2.m

Classificação de Sinais

Exemplo de Sinal Ímpar – Seno



SIMETRIA?

Script: M_3_SinaisFundamentosProg2.m

Decomposição de Sinais

- Todo sinal pode ser decomposto em uma soma de parte par e parte ímpar:

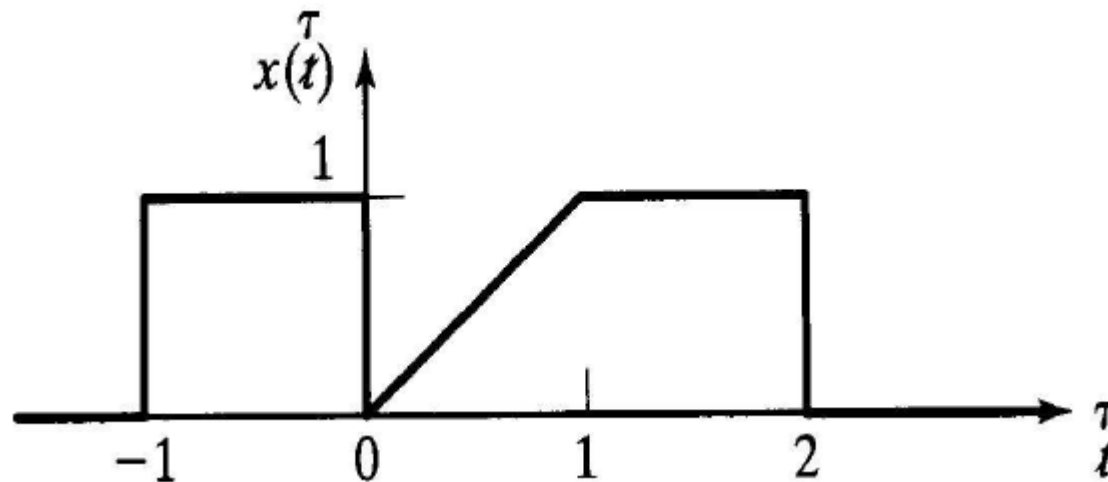
- Parte par: $\frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$

- Parte ímpar: $\frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$

O CASO DISCRETO É ANÁLOGO!!!

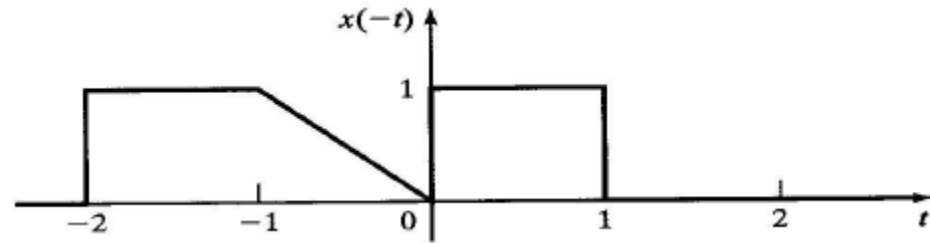
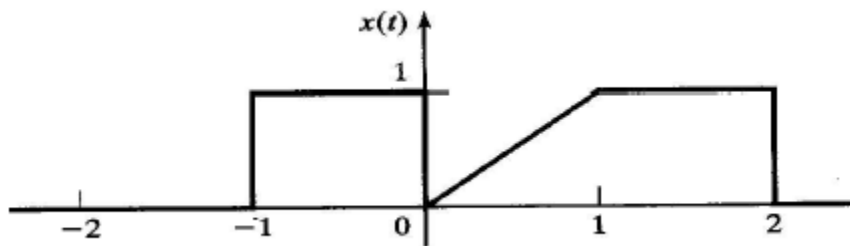
Decomposição de Sinais

- **Exemplo:** decompor o sinal apresentado a seguir em suas partes par e ímpar:



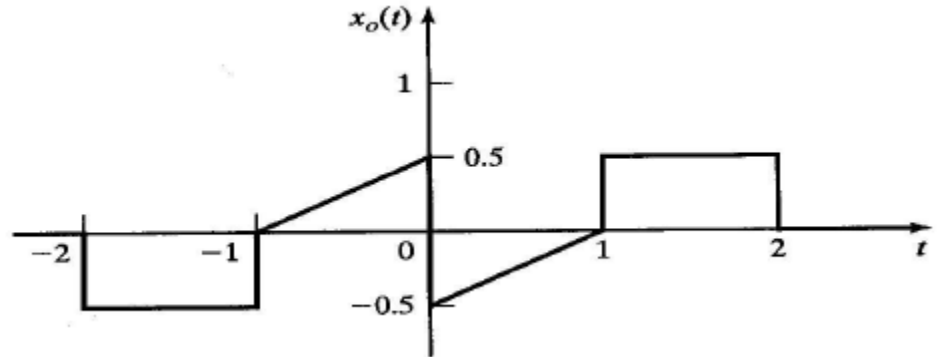
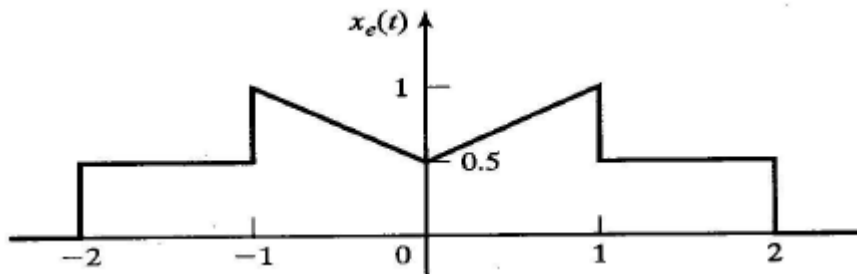
Decomposição de Sinais

Exemplo – Solução



$$\text{Parte Par} = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

$$\text{Parte Ímpar} = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$



Classificação de Sinais

□ Sinal Periódico:

- Um sinal é **periódico** se **existe** uma constante positiva T ou N , tal que:

$$x(t) = x(t + T), \quad \forall t \qquad x[n] = x[n + N], \quad \forall n$$

O MENOR VALOR PARA T OU N QUE SATISFAÇA ÀS EQUAÇÕES É CHAMADO DE PERÍODO FUNDAMENTAL – T_0 OU N_0 .

$f = \frac{1}{T_0}$ é a frequência fundamental de $x(t)$ em hertz

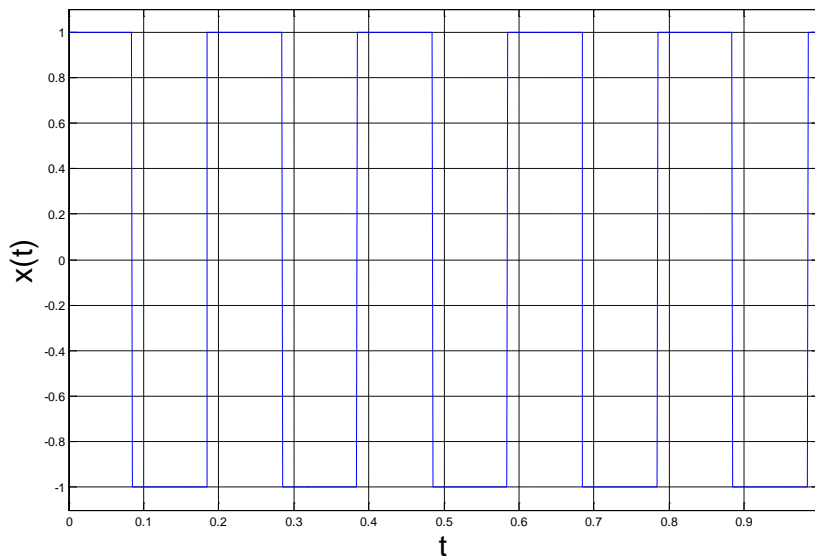
$\omega = \frac{2\pi}{T_0}$ é a frequência fundamental de $x(t)$ em radianos por segundo

$\Omega = \frac{2\pi}{N_0}$ é a frequência fundamental de $x[n]$ em radianos

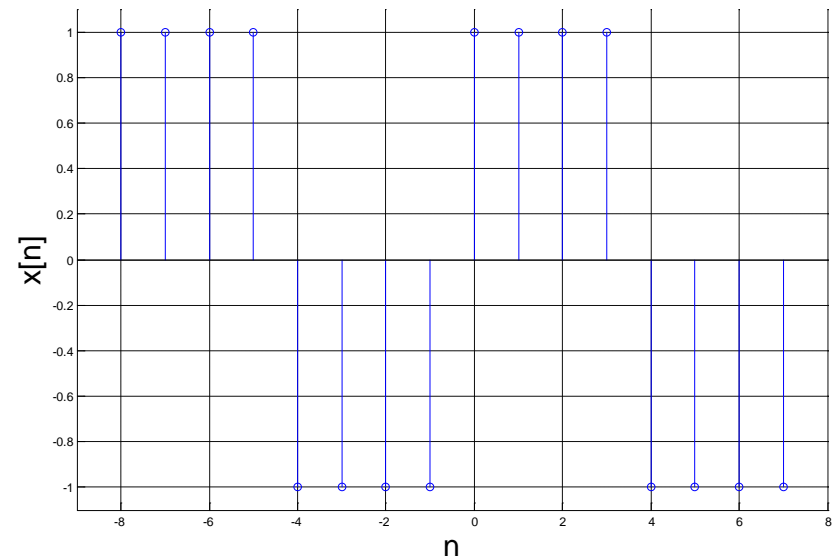
Classificação de Sinais

Exemplos de Sinais Periódicos

Sinal Periódico Contínuo



Sinal Periódico Discreto



Script: M_3_SinaisFundamentosProg3.m

Classificação de Sinais

□ Sinal Aperiódico:

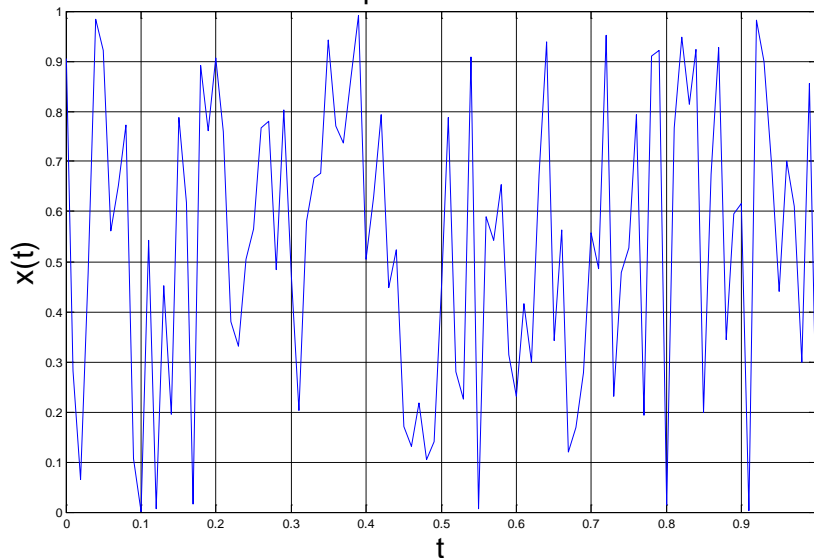
- Um sinal é **aperiódico** se **não existe** uma constante positiva T ou N , tal que:

$$x(t) = x(t + T), \quad \forall t \qquad x[n] = x[n + N], \quad \forall n$$

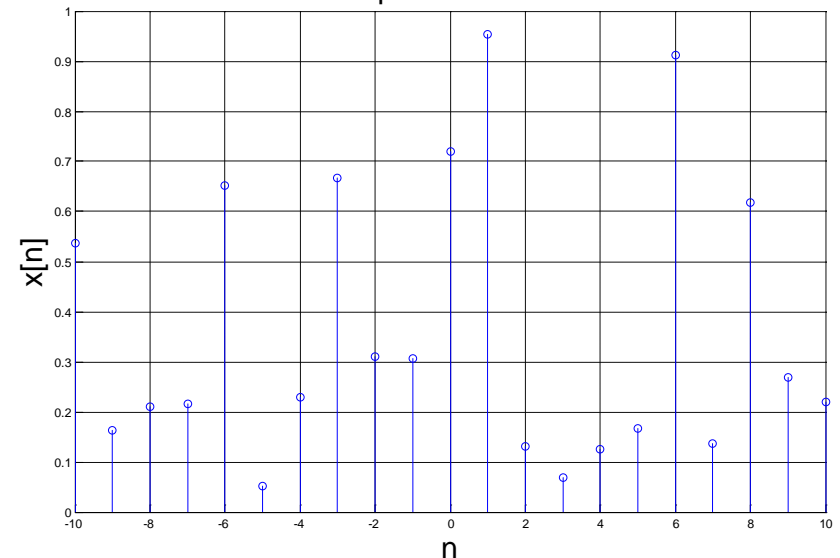
Classificação de Sinais

Exemplos de Sinais Aperiódicos

Sinal Aperiódico Contínuo



Sinal Aperiódico Discreto



Script: M_3_SinaisFundamentosProg3.m

Classificação de Sinais

□ Sinal Determinístico:

- Não há nenhuma **incerteza** com relação ao seu valor em **qualquer tempo**. Um sinal determinístico pode ser modelado como uma função do tempo completamente especificada.
- Um exemplo é **um sinal senoidal**.

□ Sinal Aleatório:

- Há **incerteza** antes de sua ocorrência real.
- Um exemplo é um **eletrocardiograma**.

Potência e Energia de Sinais

- Potência instantânea:

$$P = |x(t)|^2 \qquad P = |x[n]|^2$$

- Energia (intervalo de tempo finito):

$$E = \int_{t_0}^{t_1} |x(t)|^2 dt \qquad E = \sum_{n=n_0}^{n_1} |x[n]|^2$$

- Potência média (intervalo de tempo finito):

$$P = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} |x(t)|^2 dt \qquad P = \frac{1}{n_1 - n_0} \sum_{n=n_0}^{n_1} |x[n]|^2$$

Potência e Energia de Sinais

- **Exemplo:** calcular a energia do sinal apresentado a seguir:

$$x(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 1 \\ 2-t, & 1 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Potência e Energia de Sinais

Exemplo – Solução

$$E = \int_0^1 t^2 dt + \int_1^2 (t-2)^2 dt = \left. \frac{t^2}{3} \right|_0^1 - \frac{1}{3} (2-t^3) \Big|_1^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Potência e Energia de Sinais

- Energia Total (ou simplesmente Energia):

$$E_{\infty} \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad E_{\infty} \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2$$

- Potência média sobre um intervalo de tempo infinito (ou simplesmente Potência):

$$P_{\infty} \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt \quad P_{\infty} \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2$$

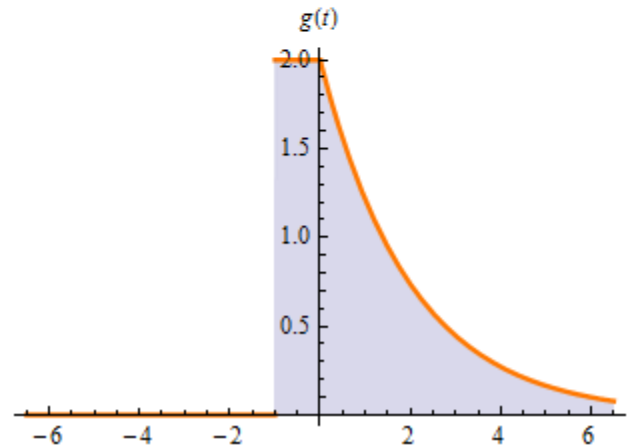
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Potência e Energia de Sinais

signal energy = 8 | signal power = 0

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \\ 2 & -1 < t < 0 \\ 2e^{-t/2} & t > 0 \end{cases}$$



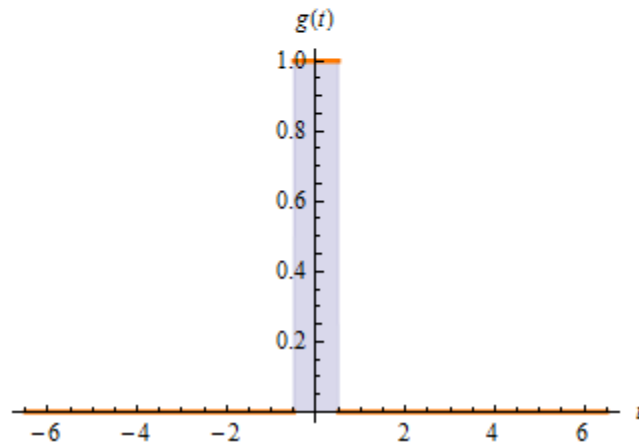
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Potência e Energia de Sinais

signal energy = 1. | signal power = 0

$$g(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{1}{2} \\ 0 & |t| > \frac{1}{2} \end{cases}$$



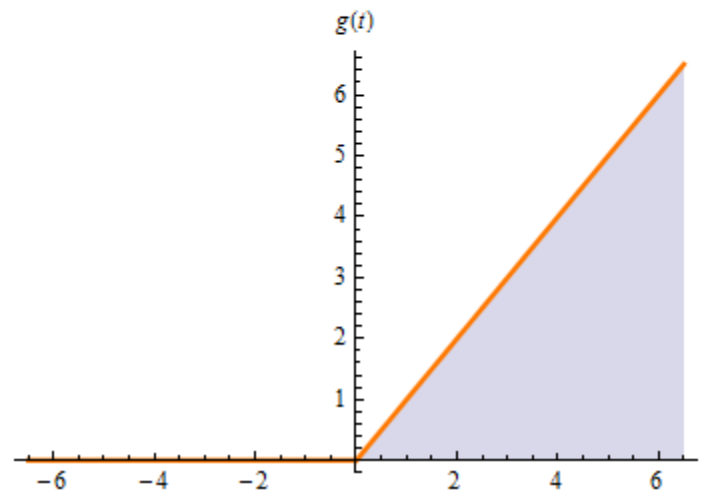
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Potência e Energia de Sinais

signal energy = ∞ | signal power = ∞

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases}$$



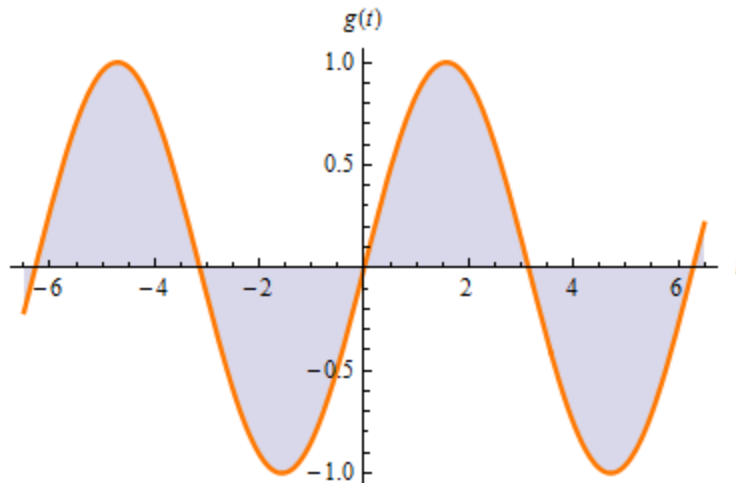
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Potência e Energia de Sinais

$$\text{signal energy} = \infty \quad | \quad \text{signal power} = \frac{1}{2}$$

$$g(t) = \sin(t)$$

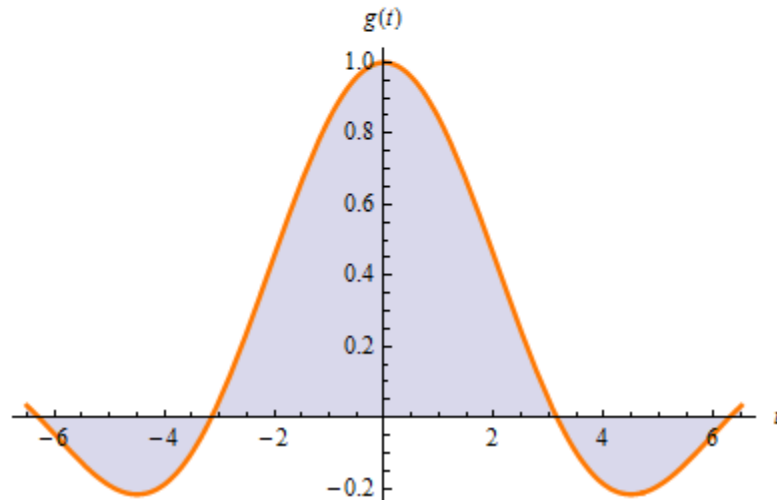


"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Potência e Energia de Sinais

signal energy = π | signal power = 0
 $g(t) = \text{sinc}(t)$



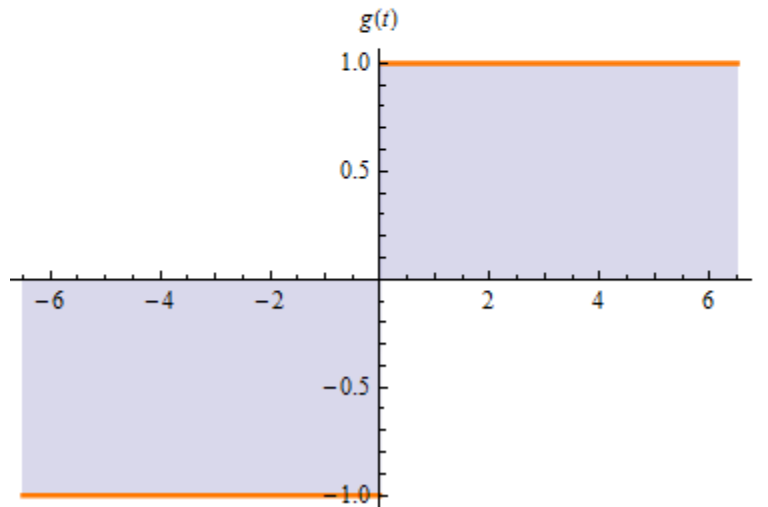
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Potência e Energia de Sinais

signal energy = ∞ | signal power = 1

$$g(t) = \text{sgn}(t)$$



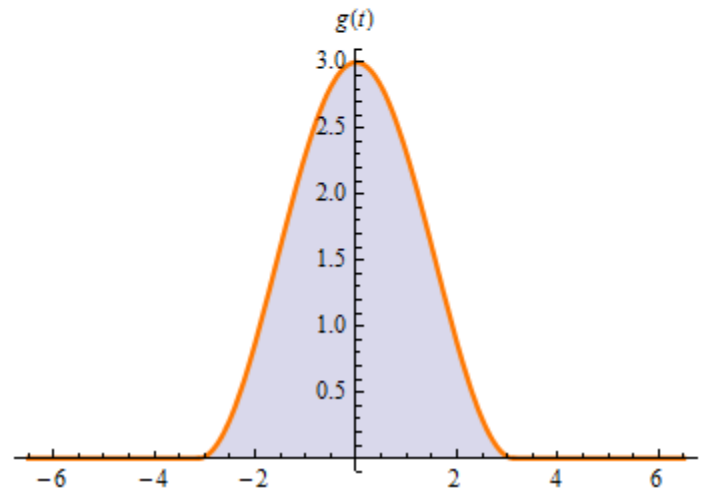
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Potência e Energia de Sinais

signal energy = 21.2058 | signal power = 0

$$g(t) = \begin{cases} 1.5(\cos(t) + 1) & |t| < \pi \\ 0 & |t| \geq \pi \end{cases}$$



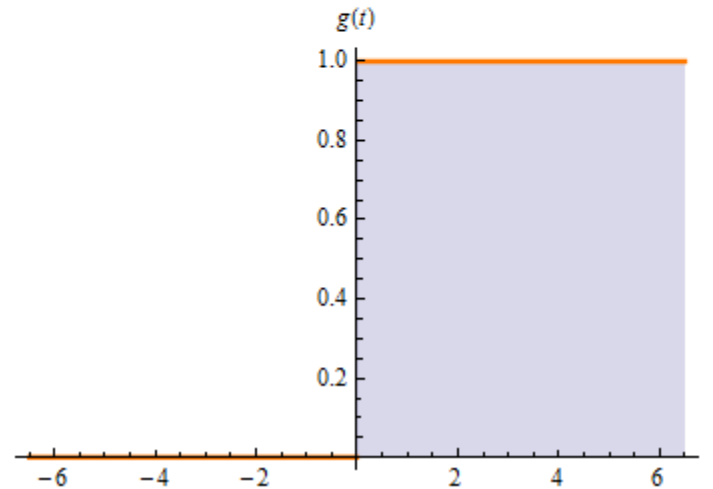
"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Potência e Energia de Sinais

signal energy = ∞ | signal power = 0.5

$$g(t) = \begin{cases} 0. & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



"Energy and Power of Signals" from the Wolfram Demonstrations Project

<http://demonstrations.wolfram.com/EnergyAndPowerOfSignals/>

Operações Básicas em Sinais

□ Deslocamento no Tempo: $x(t - t_0)$ e $x[n - n_0]$

Se $t_0, n_0 > 0$, deslocamento para a direita, isto é, é atraso.

Se $t_0, n_0 < 0$, deslocamento para a esquerda, isto é, é adiantamento.

□ Reflexão Temporal: $x(-t)$ e $x[-n]$

■ Um sinal par é igual à sua versão refletida.

■ Um sinal ímpar é igual ao negativo de sua versão refletida.

Operações Básicas em Sinais

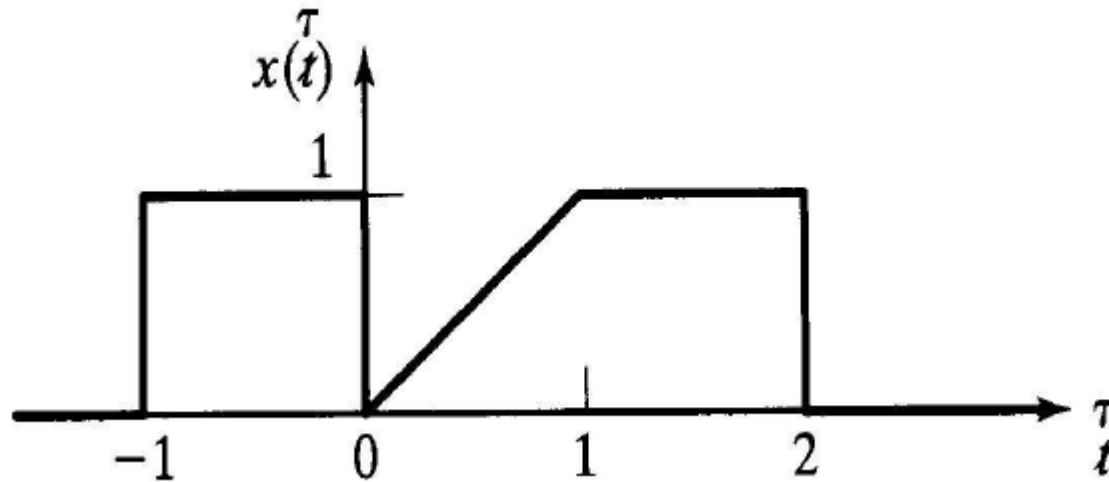
- Mudança de Escala de Tempo: $x(\alpha t)$ e $x[kn]$

Se $\alpha > 1$, ocorre compressão. Se $0 < \alpha < 1$, ocorre dilatação.

k é um inteiro > 0 . Se $k > 1$, alguns valores de $x[n]$ são perdidos.

Operações Básicas em Sinais

- **Exemplo:** considerando o sinal apresentado a seguir, esboçar o sinal $y(t) = x(1 - t/2)$.



Operações Básicas em Sinais

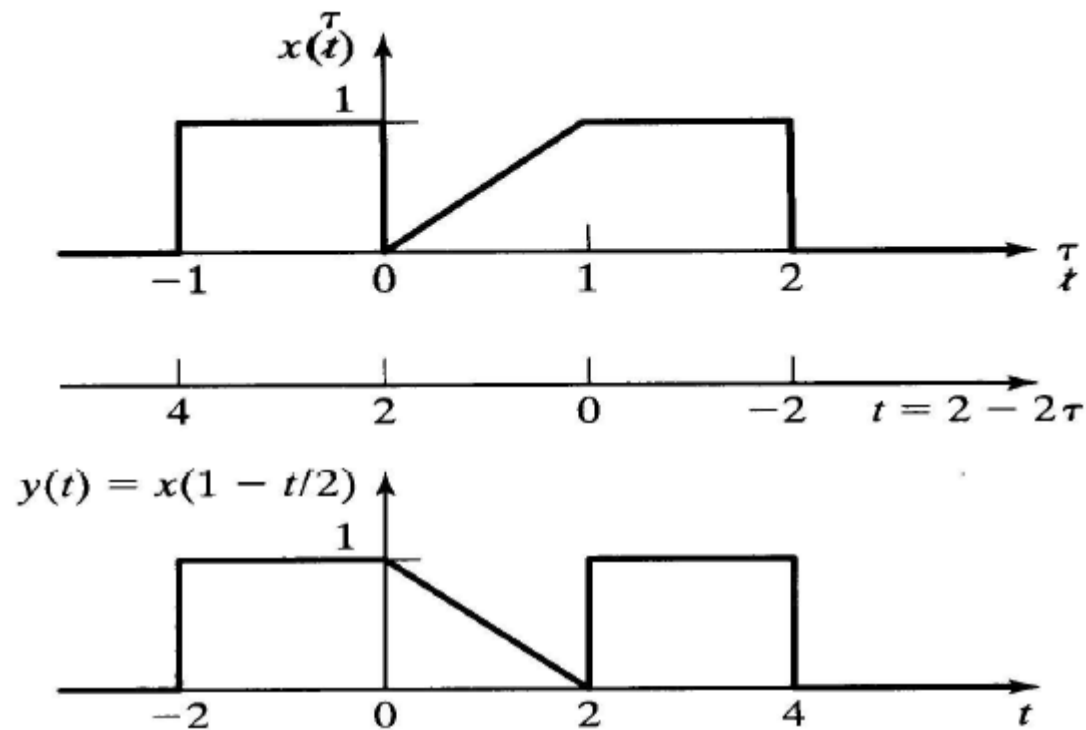
Exemplo – Solução

A PRIMEIRA OPERAÇÃO A SER REALIZADA
É O DESLOCAMENTO!!!

- Seja a seguinte transformação geral: $y(t) = x(at + b)$
 - Para determinar o sinal $y(t)$:
 - Trocar t por τ .
 - Considerando $\tau = at + b$, determinar t , ou seja: $t = \frac{\tau}{a} - \frac{b}{a}$
 - Esboçar o eixo t transformado abaixo do eixo τ .
 - Esboçar $y(t)$.

Operações Básicas em Sinais

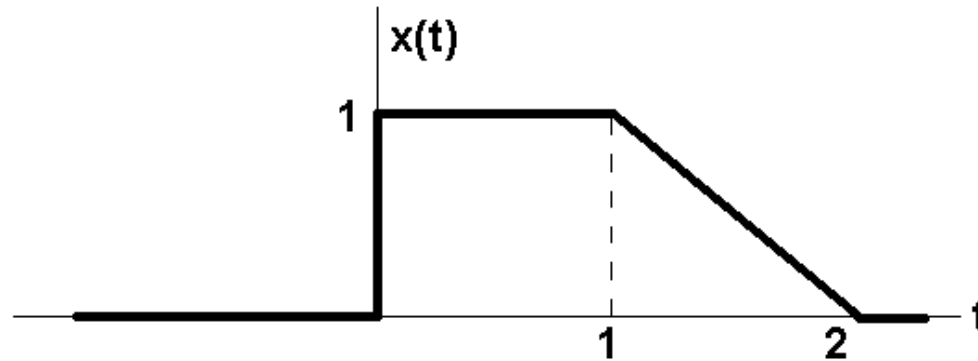
Exemplo – Solução



Operações Básicas em Sinais

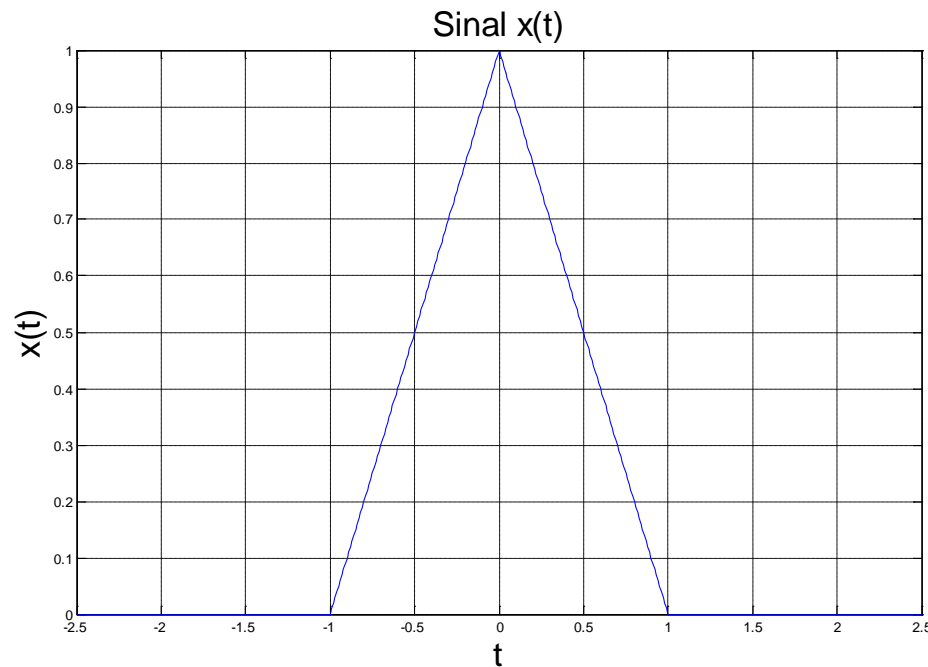
- **Exercício:** considerando o sinal apresentado a seguir, esboçar os sinais

$$y(t) = x(t + 1), \quad y(t) = x(-t + 1), \quad y(t) = x(3t/2), \quad y(t) = x(3t/2 + 1)$$



Operações Básicas em Sinais

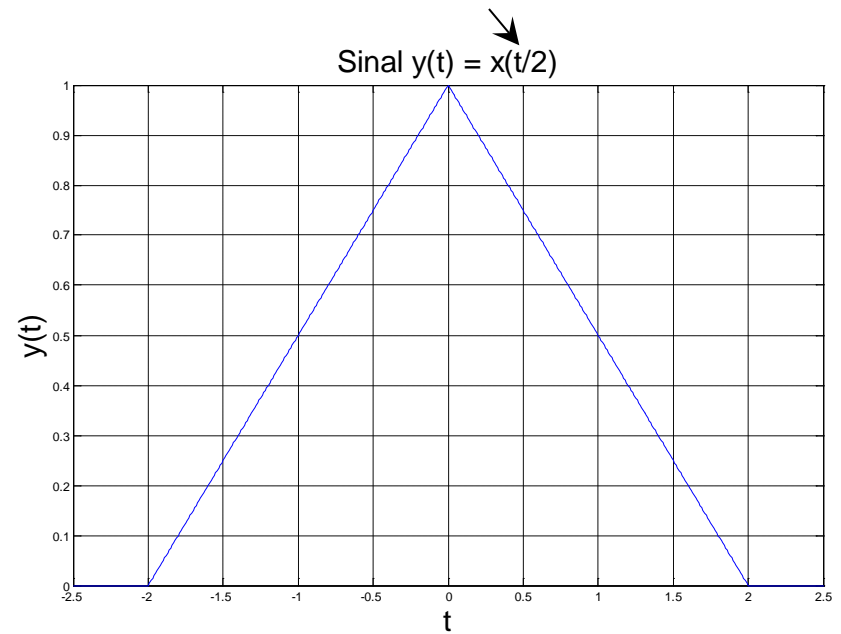
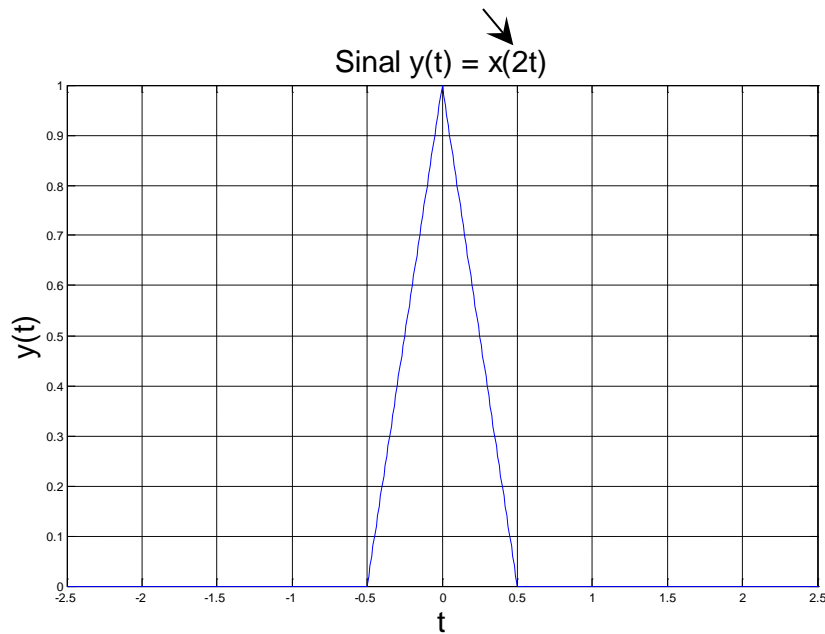
- **Exemplo:** considerando o sinal apresentado a seguir, esboçar os sinais $y(t) = x(2t)$ e $y(t) = x(t/2)$.



Script: M_3_SinaisFundamentosProg4.m

Operações Básicas em Sinais

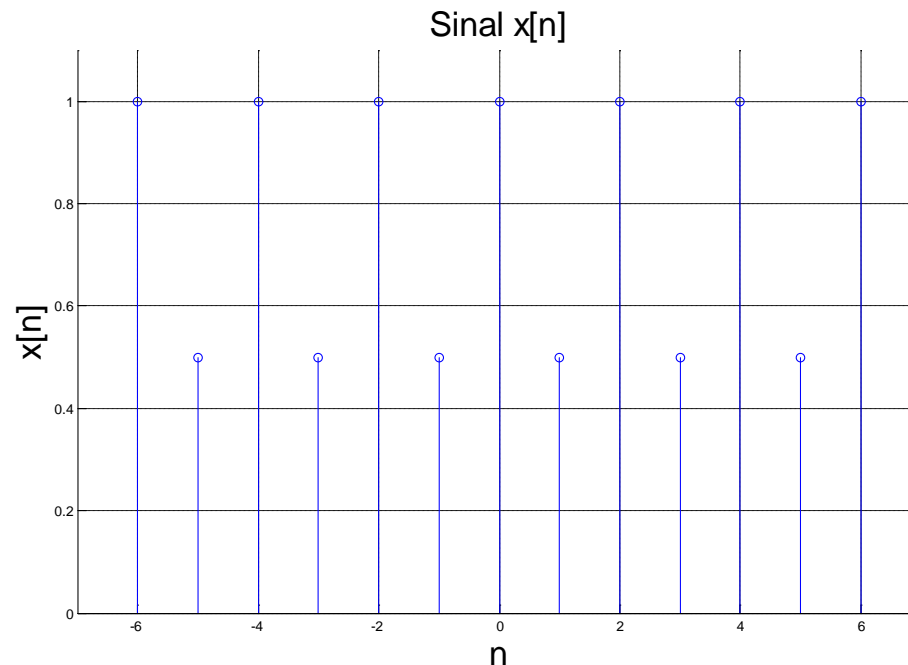
Exemplo – Solução



Script: M_3_SinaisFundamentosProg4.m

Operações Básicas em Sinais

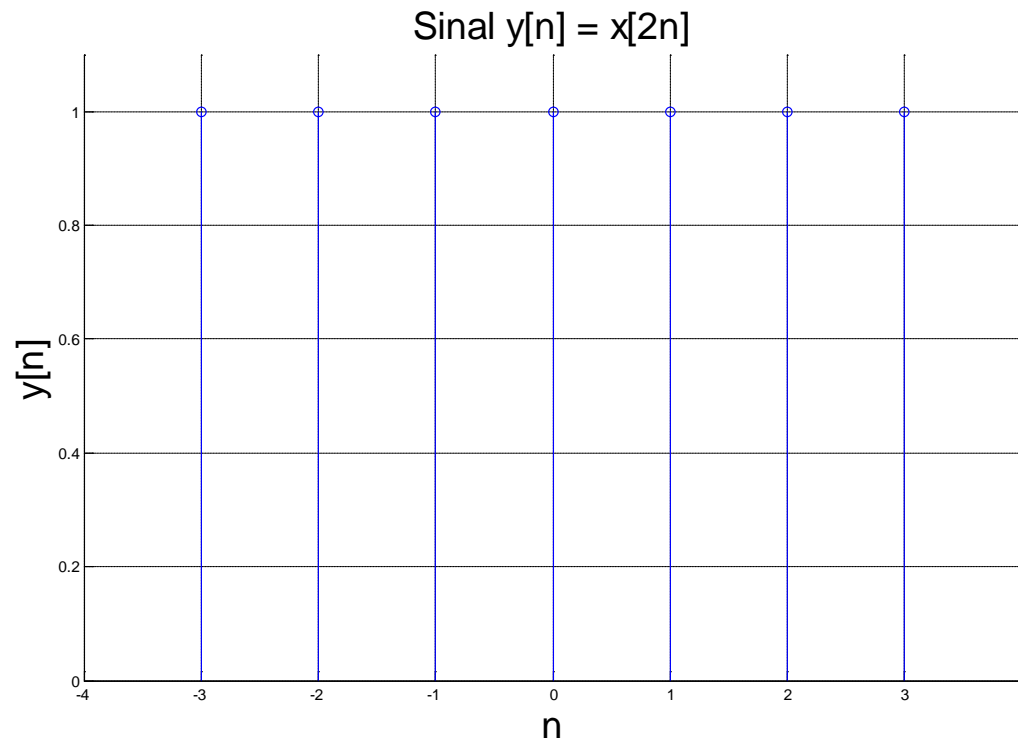
- **Exemplo:** considerando o sinal apresentado a seguir, esboçar o sinal $y[n] = x[2n]$.



Script: M_3_SinaisFundamentosProg5.m

Operações Básicas em Sinais

Exemplo – Solução



Script: M_3_SinaisFundamentosProg5.m

Dica

NÃO DEIXEM DE ESTUDAR A LISTA DE
EXEMPLOS RESOLVIDOS...